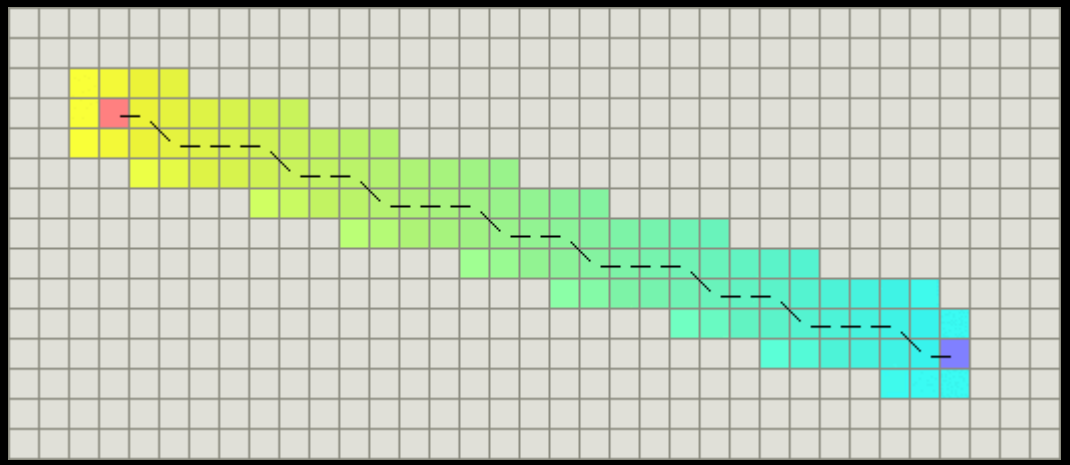
Problem Solving
(& Critical Thinking)



Meditari Accuratius

Pensare Attentamente

Considerare Attentamente

Esaminare con Attento Studio

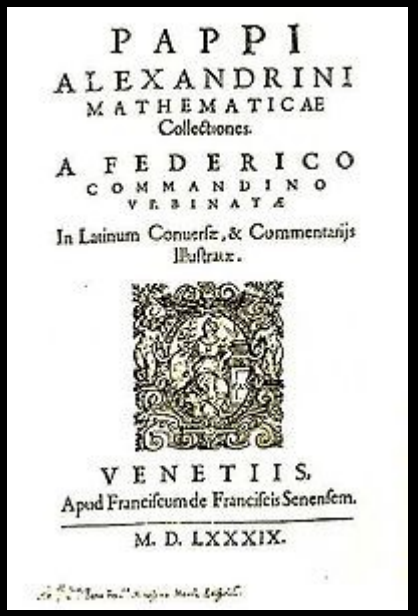
To Condider Seriously

To Meditate

To Study

Pappus of Alexandria
(290 - 350)

Federico Commandino
(Urbino, 1509 - 1575)


PAPPI
ALEXANDRINI
MATHEMATICAE
Collectiones.
A FEDERICO
COMMANDINO
VRBINATÆ
In Latinum Conuersæ, & Commentarijs
Illustratæ.
VENETIIS,
Apud Franciscum de Franciscis Senensem.
M. D. LXXXIX.

"*Analyomenos*"
Treasury of Analysis
Art of Solving Problems
Heuristic

"... a special body of doctrine
for the use of those who,
after having studied the ordinary Elements,
are desiderous of acquiring the
***Ability to Solve Mathematical Problems**...*"
...the analysis is of two kinds
*the analysis of the **Problems to Find***
*and aims at **Finding the Unknown***
*the analysis of the **Problems to Prove***
*and aims at **Establishing true Theorems***"

Pappus
Mathematicae Collectiones, transl. Latin by Federico Commandino (1589)

Heuristic

(technique)
(Ancient Greek: εὑρίσκω, "find" or "discover"),

... any approach to Problem Solving, Learning, or Discovery
that employs a Practical Method not guaranteed to be Optimal or Perfect,
but Sufficient for the immediate goals.
... Mental Shortcuts that ease the Cognitive Load of Making a Decision
... Strategies using Readily Accessible, though Loosely Applicable,
Information to Control Problem Solving in Human Beings and Machines

Euristica

Aspetto del metodo scientifico
che comprende un insieme di strategie, tecniche e procedimenti inventivi
per ricercare un argomento, un concetto o una teoria
adeguati a risolvere un problema dato.
Benché l'uso del termine risalga a Kant,
la nozione cui rimanda e' presente fin dall'antichita'

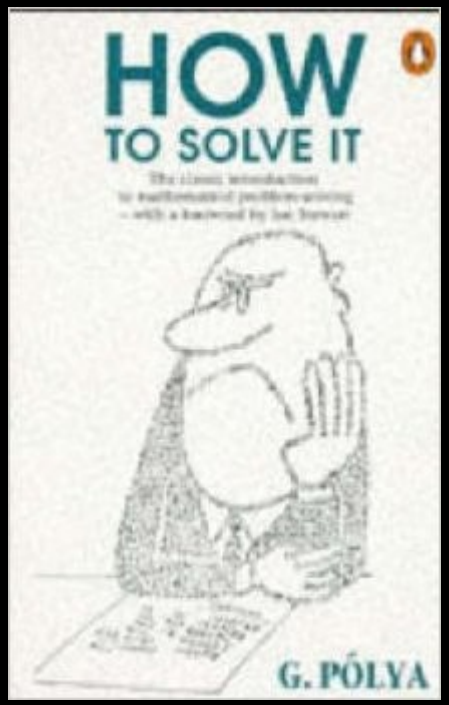
How to Solve It: Heuristics

1. If you are having difficulty understanding a problem,
try drawing a picture.

2. If you can't find a solution,
try assuming that you have a solution
and seeing what you can derive from that ("working backward").

3. If the problem is abstract, try examining a concrete example.

4. Try solving a more general problem first
(the "Inventor's Paradox": the more ambitious plan
may have more chances of success).



George Polya
"*How to Solve It*", Princeton University Press, 1945

Inventor's Paradox:
Instead of solving a specific type of problem,
which would seem intuitively easier,
it can be easier to solve a more general problem,
which covers the specifics of the sought after solution.

How to Solve It: Heuristics

"*Ars Inveniendi*"

Ability to *Direct* Thought Processes along Fruitful Channels

Strategies for Problem Solving

Source: George Polya, "*How to Solve It*", Princeton University Press, 1945

How to Solve It: Heuristics

Problems "to Find"

1. *Understanding the Problem*
2. *Devising a Plan*
3. *Carrying out the Plan*
4. *Looking Back*

Source: George Polya, "*How to Solve It*", Princeton University Press, 1945

How to Solve It: Heuristics

Problems "to Find"

1. Understanding the Problem

What is the Unknown?
What are the Data?
What is the Condition?
Is it Possible to Satisfy the Condition?
Is the Condition Sufficient to Determine the Unknown?
Is it Insufficient? Redundant? Contradictory?
Draw a Figure!
Introduce suitable Notation!
Separate the various Parts of the Condition!
Can you Write them down?

Source: George Polya, "*How to Solve It*", Princeton University Press, 1945

How to Solve It: Heuristics

Problems "to Find"

2. Devising a Plan

Find the Connection between the Data and the Unknown. You should obtain Plan of the Solution.
Have you Seen it Before? In a slightly Different Form? Do you know a Related Problem?
Do you know a Theorem that could be useful?
Look at the Unknown! Try to think of a Familiar Problem having the Same or a Similar Unknown.
Here is a Problem Related to yours and Solved before. Could you Use it? Could you use it Results?
Could you use its Method? Should you introduce some Auxiliary Element in order to Make its use possible?
Could you Restate the Problem? Cold you restate it still Differently?
Go Back to the Definitions!
If you Cannot Solve the proposed problem try to solve first some Related Problem.
Could yo imagine a More Accessible Related Problem? A More General Problem?
A More Special Problem? An Analogous Problem? Could you Solve a Part of the Problem?
Keep only a Part of the Condition, Drop the Other Part: How Far is the Unknown now? How can it Vary?
Could you Derive something Useful from the Data? Could you think of Other Data Appropriate
to determine the unknown? Could you Change the Unknown or the Data, or both if necessary,
so that the New Unknown and the New Data are Nearer to each other?
Did you Use All the Data? Did you Use the Whole Condition?
Have you Taken into Account All Essential Notions Involved in the Problem?

Source: George Polya, "*How to Solve It*", Princeton University Press, 1945

How to Solve It: Heuristics

Problems "to Find"

3. Carrying out the Plan

While carrying out your plan of the solution, Check Each Step!
Can you see Clearly that the step is Correct?
Can you Prove that it is Correct?

Source: George Polya, "*How to Solve It*", Princeton University Press, 1945

How to Solve It: Heuristics

Problems "to Find"

4. Looking Back

Can you Check the Result?
Can you Check the Argument?
Can you Derive the Result Differently?
Can you See it at a Glance?
Can you Use the Result, or the Method, for Some Other Problem?

Source: George Polya, "*How to Solve It*", Princeton University Press, 1945

Problem Solving
Superare le intuizioni
"Il mattone"

Un mattone pesa 1 Kg piu' mezzo mattone.
Quanto pesa un mattone?

Source: P.Legrenzi, 6 esercizi facili per allenare la mente, Cortina2015

Problem Solving
Superare le intuizioni
"Il mattone"

Un mattone pesa 1 Kg piu' mezzo mattone.
Quanto pesa un mattone?

Could you restate the problem?

Un mattone pesa mezzo mattone piu' 1 Kg.
Quanto pesa un mattone?

1. c'e' un mattone (X)
2. un mattone e' fatto di 2 meta' (X = 1/2 X + 1/2 X)
3. una meta' pesa 1 Kg (X = 1 + 1/2 X)

$$X = 1 + \frac{1}{2} X \quad \Rightarrow \quad X = 2 \text{ Kg}$$

Source: P.Legrenzi, 6 esercizi facili per allenare la mente, Cortina2015

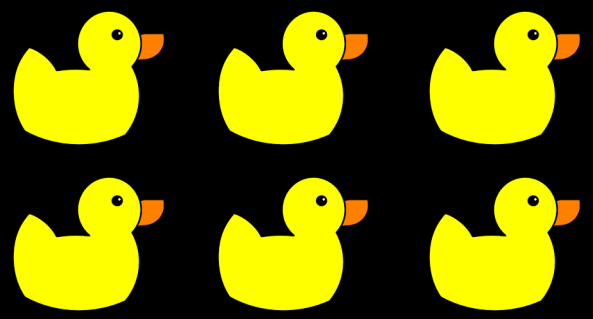
Problem Solving
Superare le intuizioni
"*Le anatre*"

Sotto un ponte passano nuotando
due anatre davanti a due anatre,
due anatre dietro a due anatre, e
due anatre in mezzo.
Quante anatre ci sono in tutto?

Source: P.Legrenzi, 6 esercizi facili per allenare la mente, Cortina2015

Problem Solving
Superare le intuizioni
"*Le anatre*"

Sotto un ponte passano nuotando
due anatre davanti a due anatre,
due anatre dietro a due anatre, e
due anatre in mezzo.
Quante anatre ci sono in tutto?



Source: P.Legrenzi, 6 esercizi facili per allenare la mente, Cortina2015

Problem Solving

Superare le intuizioni

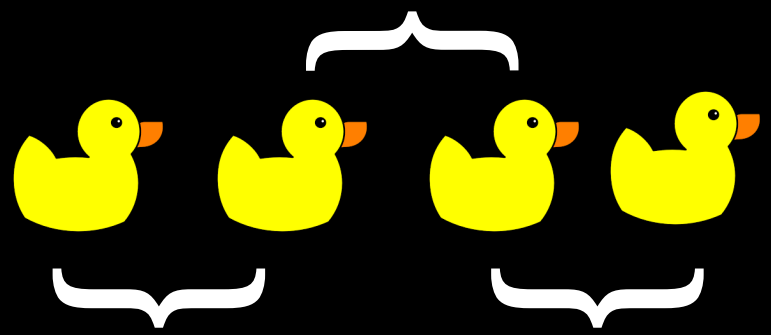
"Le anatre"

Problem to Find = *Unknown* + *Data* + *Condition*

Unknown = Quante anatre ci sono in tutto?

Data + *Conditions* = 2 davanti a 2, 2 dietro a 2, 2 in mezzo.

1. *What is the Unknown?*
2. *What are the Data?*
3. *What is the Condition?*
4. ***Separate the various part of the Condition***
5. *Find the connection between the Data and the Unknown*
6. *Did you use all the Data?*
7. ***Did you use the whole condition?***



Quante anatre ci sono in tutto? 4

Source: P.Legrenzi, 6 esercizi facili per allenare la mente, Cortina2015

Problem Solving
Pigrizia mentale
"La palla"

Provate a immaginare
un gioco in cui si deve
lanciare una palla
in modo che
torni indietro
senza toccare nulla

Source: P.Legrenzi, 6 esercizi facili per allenare la mente, Cortina2015

Problem Solving
Pigrizia mentale
"La palla"

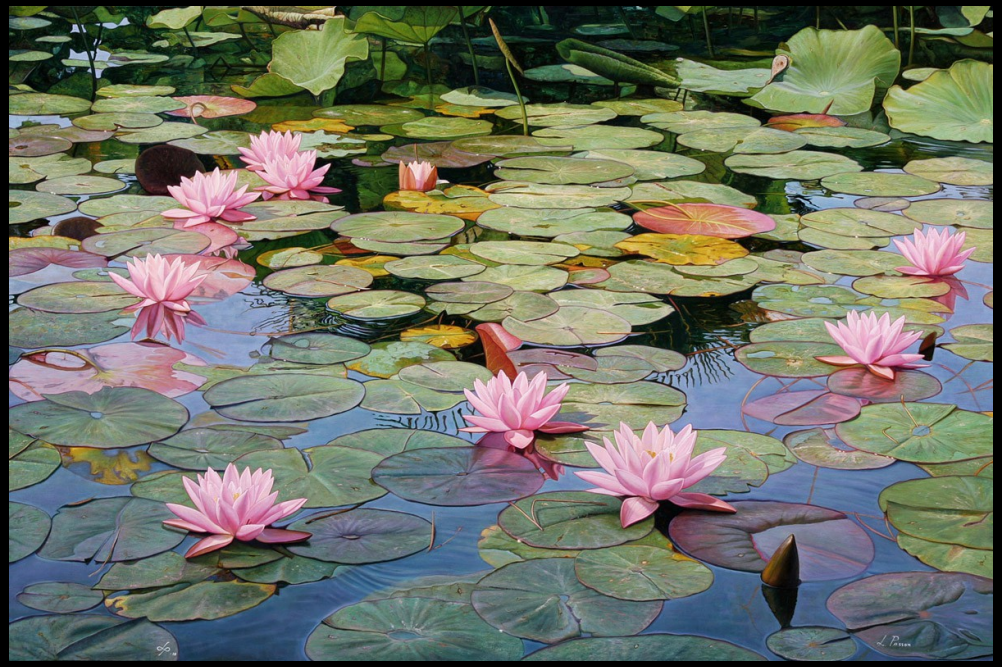
Provate a immaginare
un gioco in cui si deve
lanciare una palla
in modo che
torni indietro
senza toccare nulla

... basta **lanciarla** verso il cielo: a un certo punto,
la forza di gravita' la fara' **tornare indietro**.

Source: P.Legrenzi, 6 esercizi facili per allenare la mente, Cortina2015

Problem Solving
De-focalizzazione
"Il lago e le ninfee"

C'e' un laghetto coperto da foglie di ninfea.
Ogni giorno l'area coperta dalle foglie raddoppia.
Se ci vogliono 48 giorni per coprire l'intero laghetto,
quanto tempo ci vuole per coprire meta' laghetto?



Source: P.Legrenzi, 6 esercizi facili per allenare la mente, Cortina2015

Problem Solving
De-focalizzazione
"Il lago e le ninfee"

Problem to Find = *Incognita* + *Dati* + *Condizione*
Incognita = Quanti N(A/2) giorni per coprire meta' laghetto?
Dati = N(A) = 48
Conditions = A(N) = 2 * A(N-1)

1. *Cos'e' l'Incognita?*
2. *Quali sono i Dati?*
3. *Quale e' la Condizione?*
4. *Separate le diverse parti della Condizione*
5. *Trovate la connessione tra i Dati e l'Incognita*
6. *Avete usato tutti i Dati?*
7. *Avete usato l'intera Condizione?*

"...*meta' laghetto*" focalizza l'attenzione, quindi N(A/2)=24???
A(48) = 2 * A(47) N(A)=48, N(A/2)=47 !

Source: P.Legrenzi, 6 esercizi facili per allenare la mente, Cortina2015

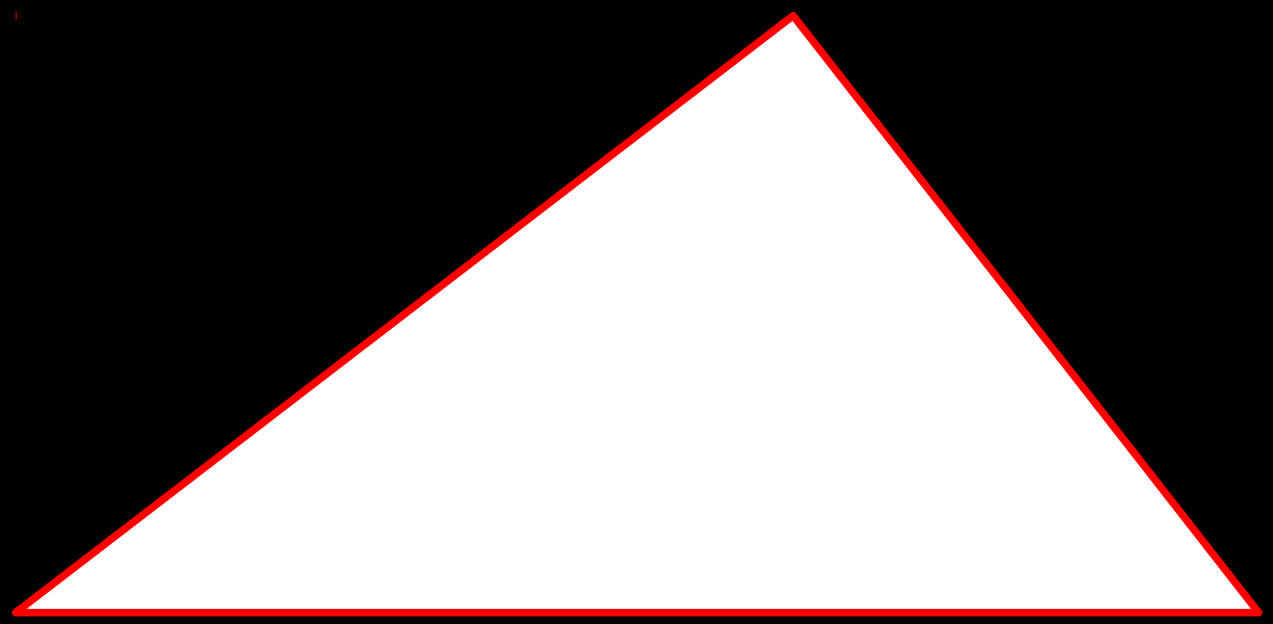
"*try drawing a picture*"!

Problem Solving

Focalizzazione

"Quadrato inscritto in un triangolo"

Inscrivere un quadrato in un dato triangolo.
Due vertici del quadrato sono sulla base del triangolo.
Gli altri due vertici del quadrato sono sui due lati del triangolo, uno ciascuno.



Source: George Polya, "*How to Solve It*", Princeton University Press, 1945

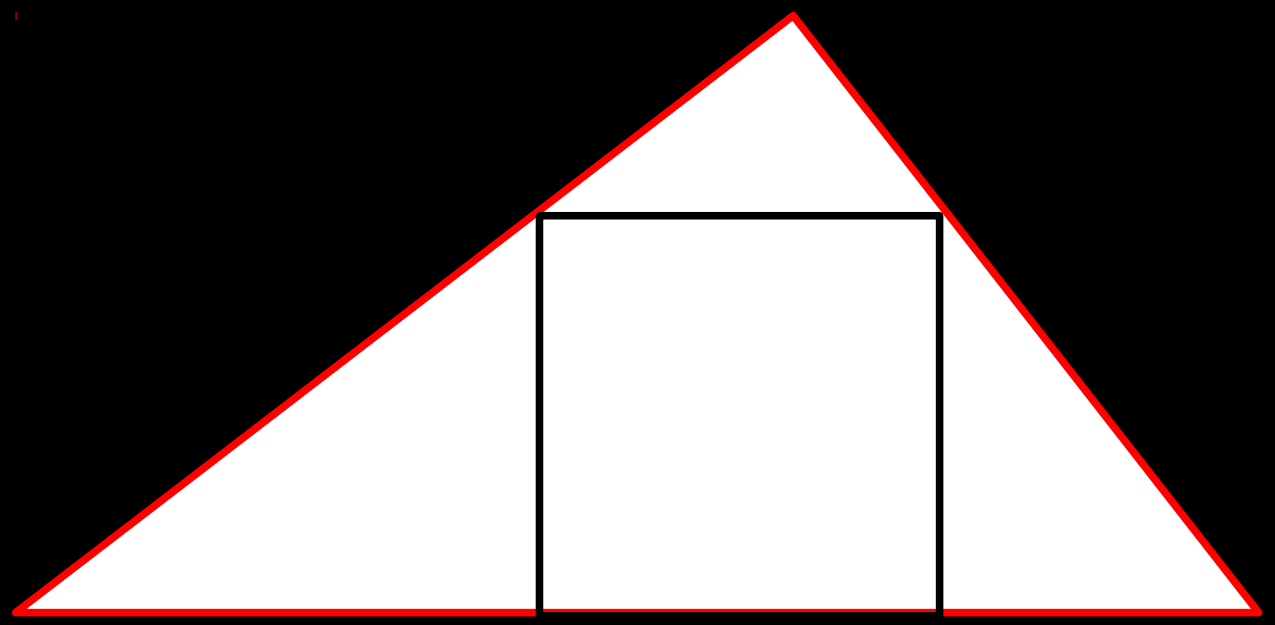
"try drawing a picture"!

Problem Solving

Focalizzazione

"Quadrato inscritto in un triangolo"

Inscrivere un quadrato in un dato triangolo.
Due vertici del quadrato sono sulla base del triangolo.
Gli altri due vertici del quadrato sono sui due lati del triangolo, uno ciascuno.

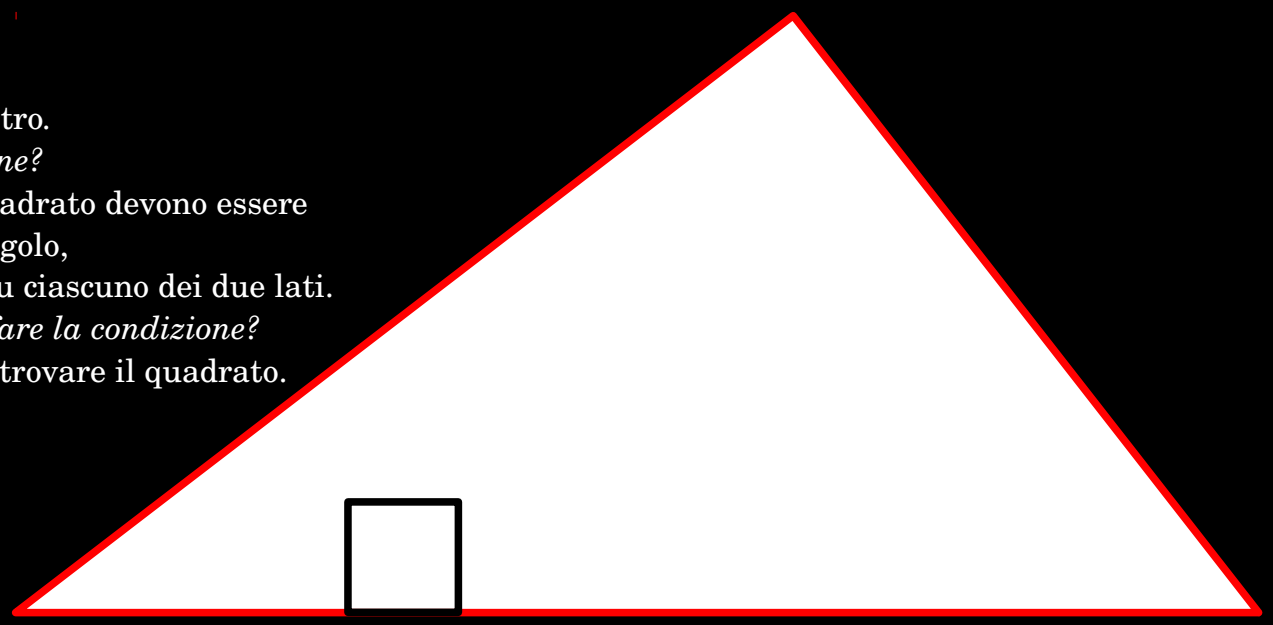


"try drawing a picture"!

Problem Solving
Focalizzazione
"Quadrato inscritto in un triangolo"

Inscrivere un quadrato in un dato triangolo.
Due vertici del quadrato sono sulla base del triangolo.
Gli altri due vertici del quadrato sono sui due lati del triangolo, uno ciascuno.

1. Cos'e' l'Incognita?
Un quadrato.
2. Quali sono i Dati?
Un triangolo, niente altro.
3. Quale e' la Condizione?
I quattro vertici del quadrato devono essere sul perimetro del triangolo,
due sulla base e due su ciascuno dei due lati.
3a. E' possibile soddisfare la condizione?
Si, ma non e' semplice trovare il quadrato.



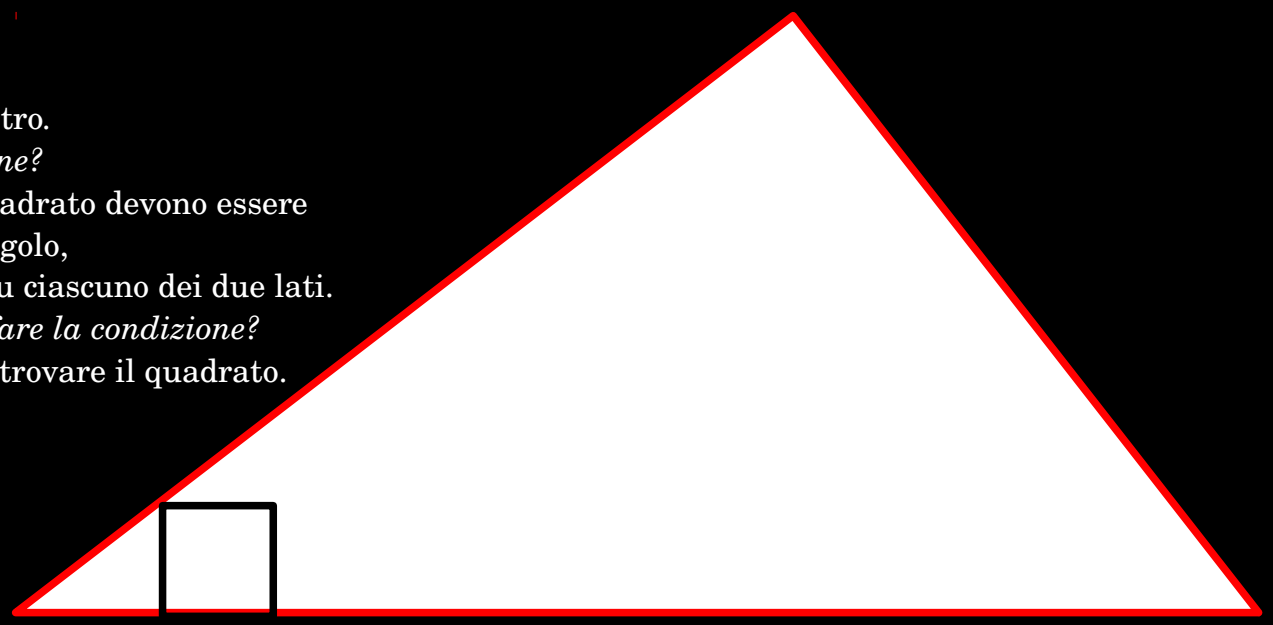
4. Separate le diverse parti della Condizione
4a. E' possibile soddisfare parte della condizione?
Si, es. **DUE** vertici del quadrato sono sulla base del triangolo.

"try drawing a picture"!

Problem Solving
Focalizzazione
"Quadrato inscritto in un triangolo"

Inscrivere un quadrato in un dato triangolo.
Due vertici del quadrato sono sulla base del triangolo.
Gli altri due vertici del quadrato sono sui due lati del triangolo, uno ciascuno.

1. Cos'e' l'Incognita?
Un quadrato.
2. Quali sono i Dati?
Un triangolo, niente altro.
3. Quale e' la Condizione?
I quattro vertici del quadrato devono essere sul perimetro del triangolo,
due sulla base e due su ciascuno dei due lati.
3a. E' possibile soddisfare la condizione?
Si, ma non e' semplice trovare il quadrato.



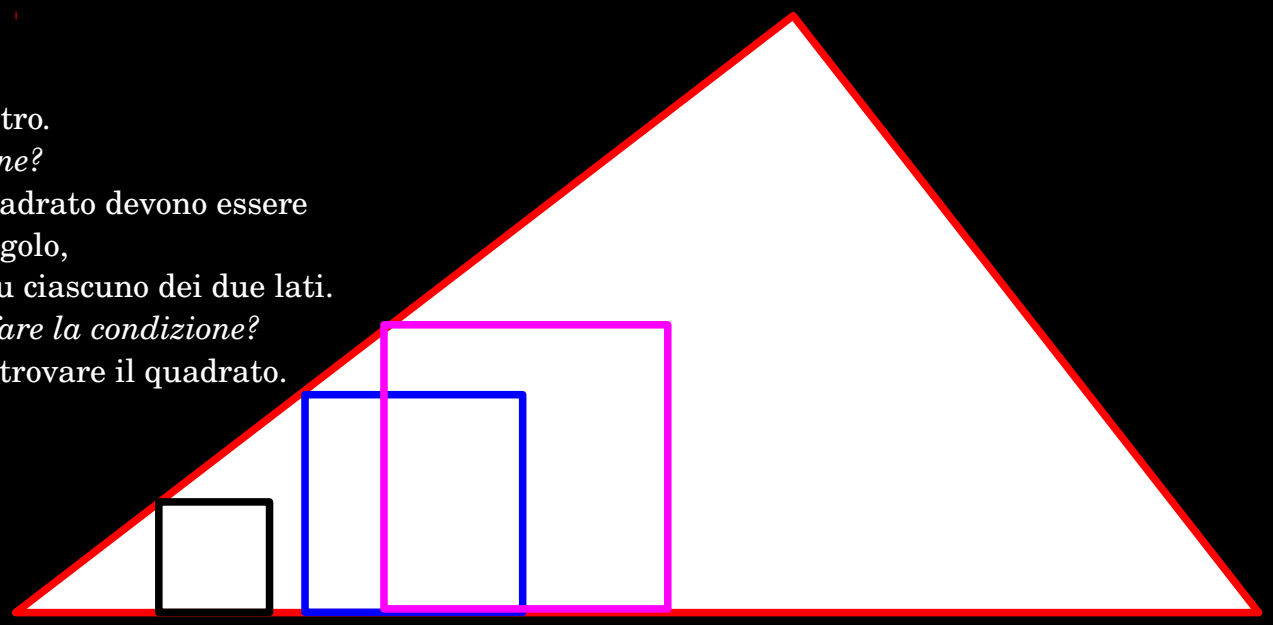
4. Separate le diverse parti della Condizione
4a. E' possibile soddisfare parte della condizione?
Si, es. **TRE** vertici del quadrato sono sulla base del triangolo. Proviamo a disegnare piu' quadrati con **TRE** vertici sul triangolo...

"try drawing a picture"!

Problem Solving
Focalizzazione
"Quadrato inscritto in un triangolo"

Inscrivere un quadrato in un dato triangolo.
Due vertici del quadrato sono sulla base del triangolo.
Gli altri due vertici del quadrato sono sui due lati del triangolo, uno ciascuno.

1. Cos'e' l'Incognita?
Un quadrato.
2. Quali sono i Dati?
Un triangolo, niente altro.
3. Quale e' la Condizione?
I quattro vertici del quadrato devono essere sul perimetro del triangolo,
due sulla base e due su ciascuno dei due lati.
3a. E' possibile soddisfare la condizione?
Si, ma non e' semplice trovare il quadrato.



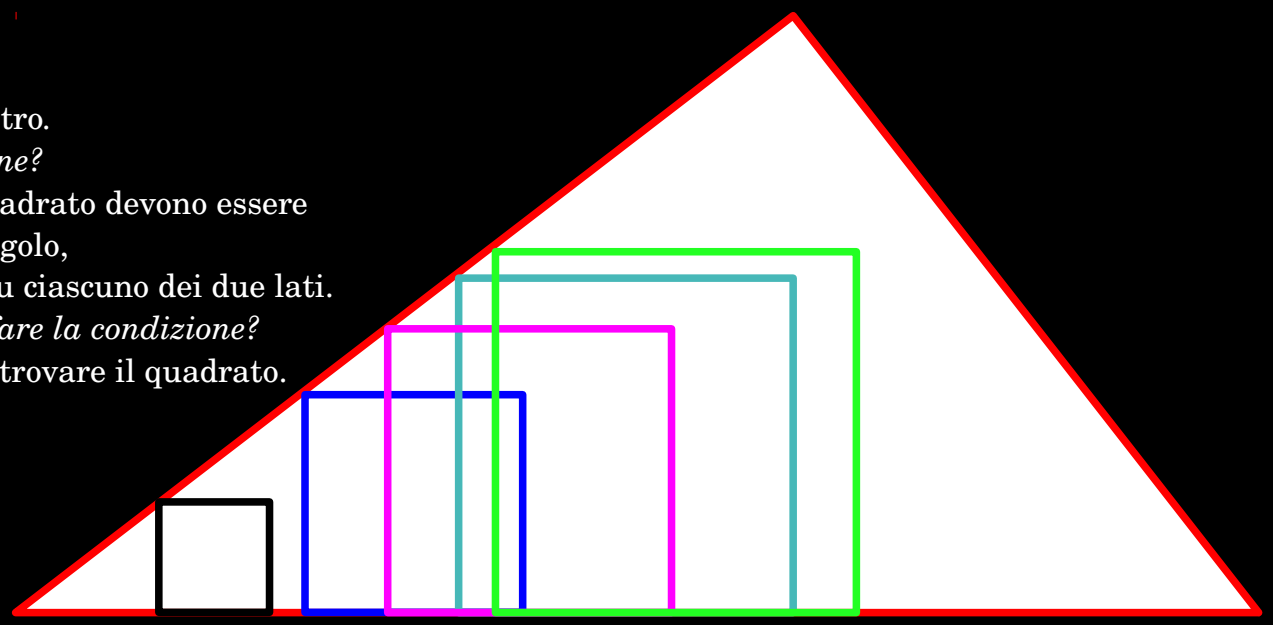
4. Separate le diverse parti della Condizione
4a. E' possibile soddisfare parte della condizione?
Si, es. **TRE** vertici del quadrato sono sulla base del triangolo. Proviamo a disegnare piu' quadrati con **TRE** vertici sul triangolo...

"try drawing a picture"!

Problem Solving
Focalizzazione
"Quadrato inscritto in un triangolo"

Inscrivere un quadrato in un dato triangolo.
Due vertici del quadrato sono sulla base del triangolo.
Gli altri due vertici del quadrato sono sui due lati del triangolo, uno ciascuno.

1. Cos'e' l'Incognita?
Un quadrato.
2. Quali sono i Dati?
Un triangolo, niente altro.
3. Quale e' la Condizione?
I quattro vertici del quadrato devono essere sul perimetro del triangolo,
due sulla base e due su ciascuno dei due lati.
3a. E' possibile soddisfare la condizione?
Si, ma non e' semplice trovare il quadrato.



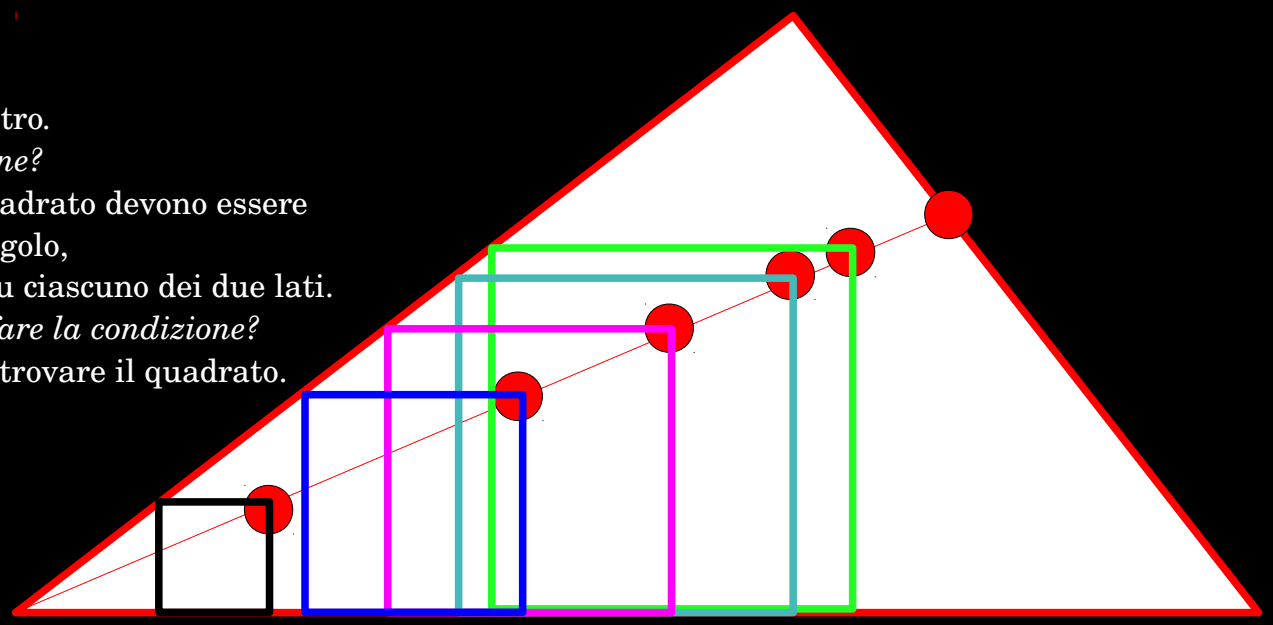
4. Separate le diverse parti della Condizione
4a. E' possibile soddisfare parte della condizione?
Si, es. **TRE** vertici del quadrato sono sulla base del triangolo. Proviamo a disegnare piu' quadrati con **TRE** vertici sul triangolo...

"try drawing a picture"!

Problem Solving
Focalizzazione
"Quadrato inscritto in un triangolo"

Inscrivere un quadrato in un dato triangolo.
Due vertici del quadrato sono sulla base del triangolo.
Gli altri due vertici del quadrato sono sui due lati del triangolo, uno ciascuno.

1. Cos'e' l'Incognita?
Un quadrato.
2. Quali sono i Dati?
Un triangolo, niente altro.
3. Quale e' la Condizione?
I quattro vertici del quadrato devono essere sul perimetro del triangolo,
due sulla base e due su ciascuno dei due lati.
3a. E' possibile soddisfare la condizione?
Si, ma non e' semplice trovare il quadrato.

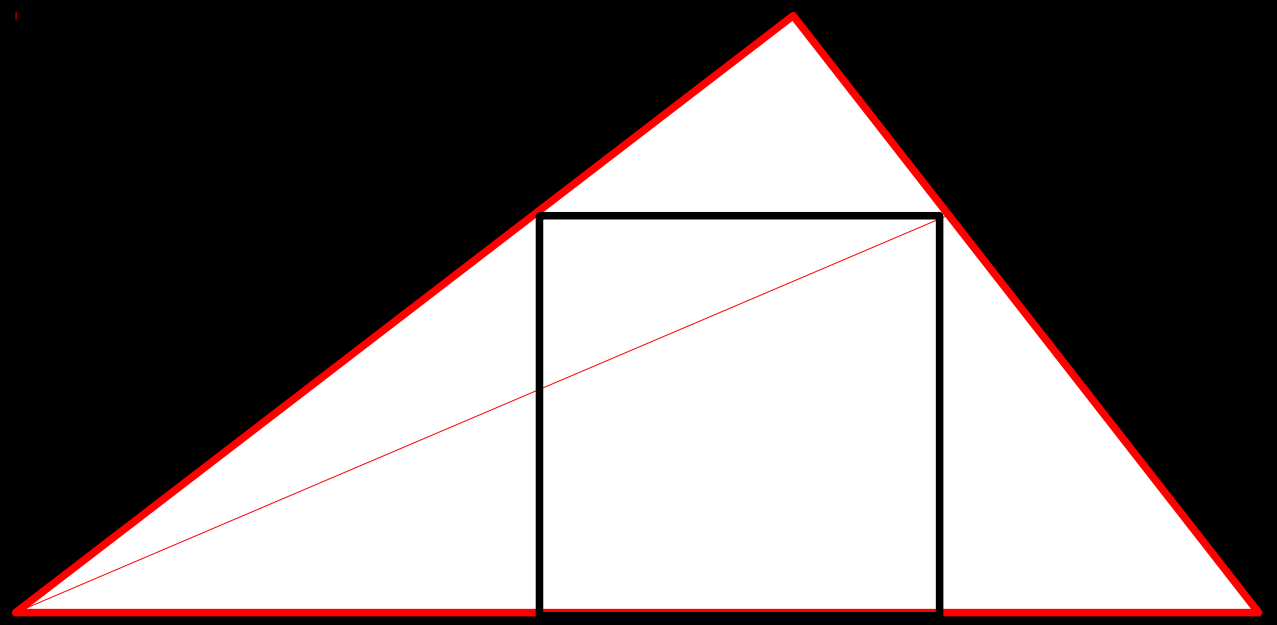


4. Separate le diverse parti della Condizione
4a. E' possibile soddisfare parte della condizione?
Si, es. **TRE** vertici del quadrato sono sulla base del triangolo. Esiste un LUOGO dei punti del quarto vertice?!

"try drawing a picture"!

Problem Solving
Focalizzazione
"Quadrato inscritto in un triangolo"

Inscrivere un quadrato in un dato triangolo.
Due vertici del quadrato sono sulla base del triangolo.
Gli altri due vertici del quadrato sono sui due lati del triangolo, uno ciascuno.



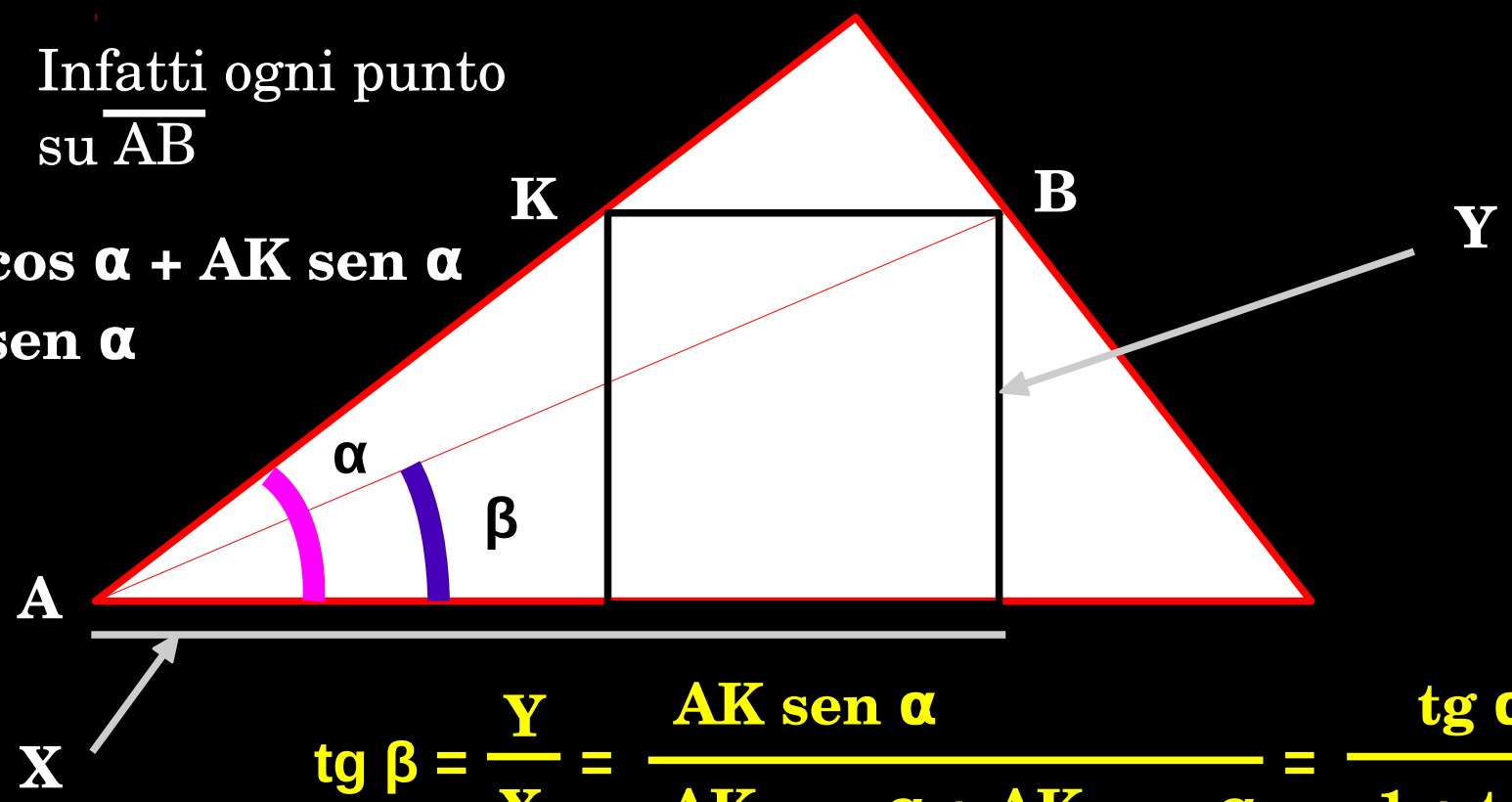
"try drawing a picture"!

Problem Solving
Focalizzazione
"Quadrato inscritto in un triangolo"

Inscrivere un quadrato in un dato triangolo.
Due vertici del quadrato sono sulla base del triangolo.
Gli altri due vertici del quadrato sono sui due lati del triangolo, uno ciascuno.

Infatti ogni punto su $\overline{AB}$

$$X = AK \cos \alpha + AK \operatorname{sen} \alpha$$
$$Y = AK \operatorname{sen} \alpha$$



$$\operatorname{tg} \beta = \frac{Y}{X} = \frac{AK \operatorname{sen} \alpha}{AK \cos \alpha + AK \operatorname{sen} \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha}$$

"try drawing a picture"!

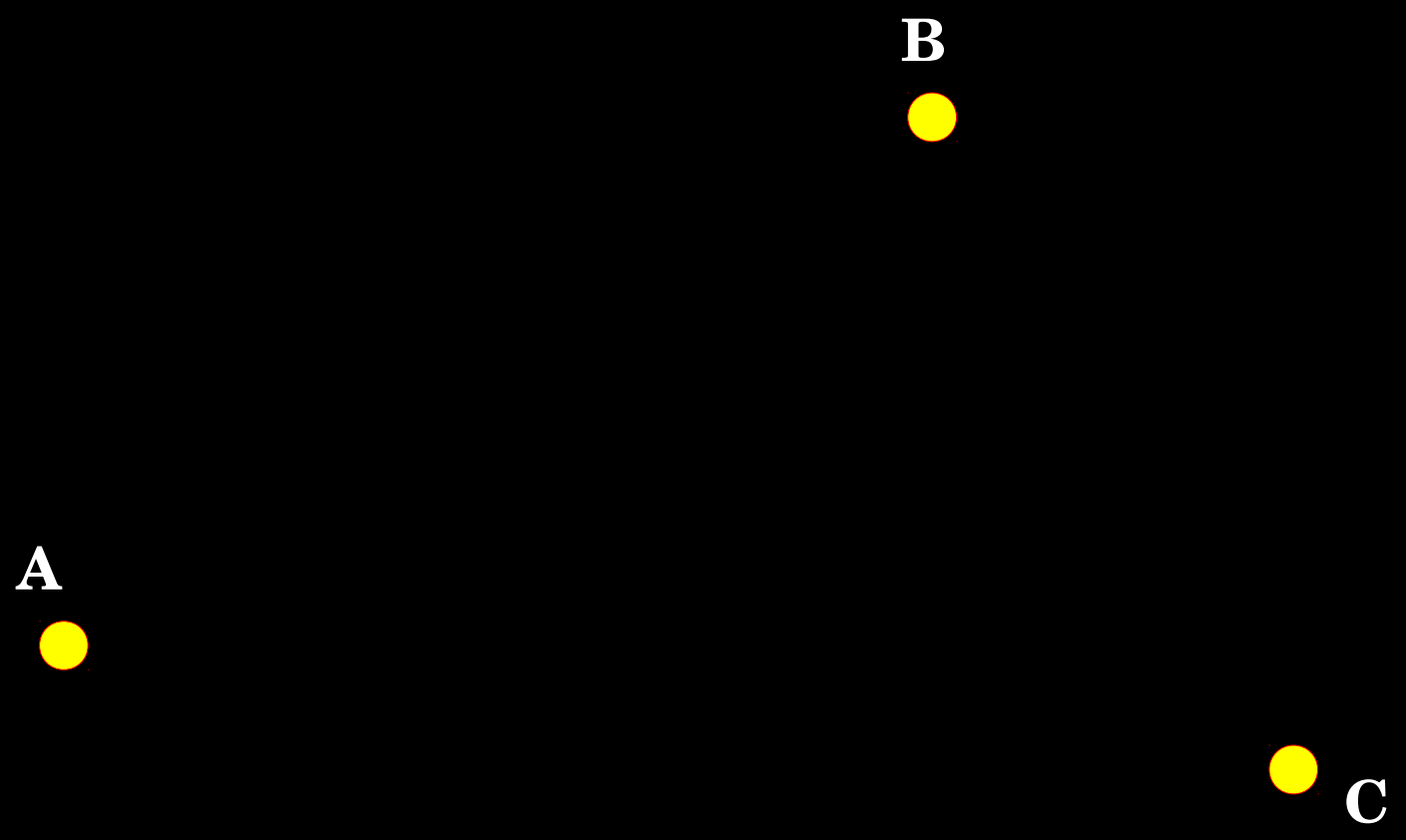
Problem Solving

Decomposing and Recombining

"Linea passante per A ed equidistante da B e C"

What are the data? 3 Points A, B, and C

Draw a picture!



Source: George Polya, "*How to Solve It*", Princeton University Press, 1945

"try drawing a picture"!

Problem Solving

Decomposing and Recombining

"Linea passante per A ed equidistante da B e C"

What are the data? 3 Points A, B, and C

Draw a picture!

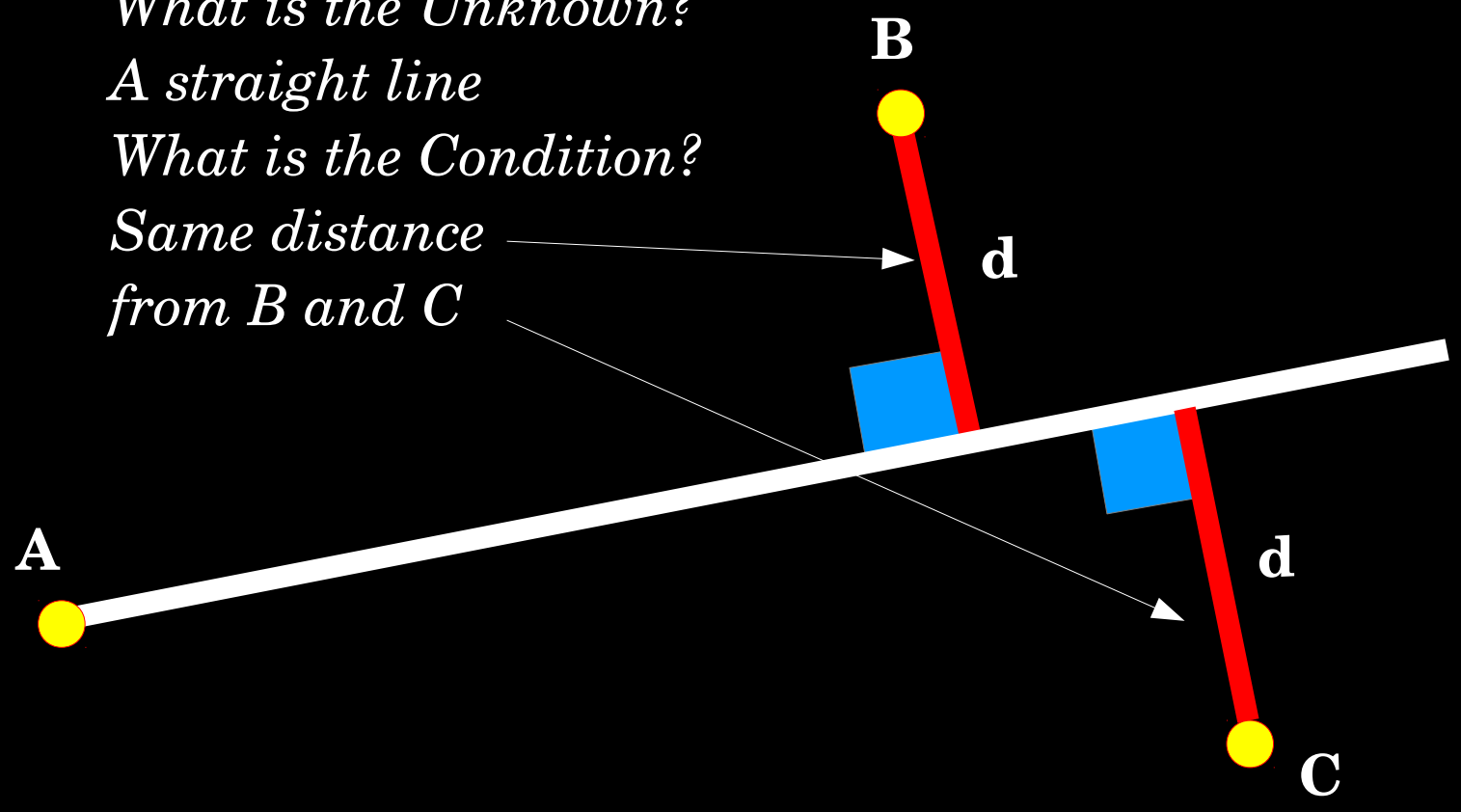
What is the Unknown?

A straight line

What is the Condition?

Same distance

from B and C



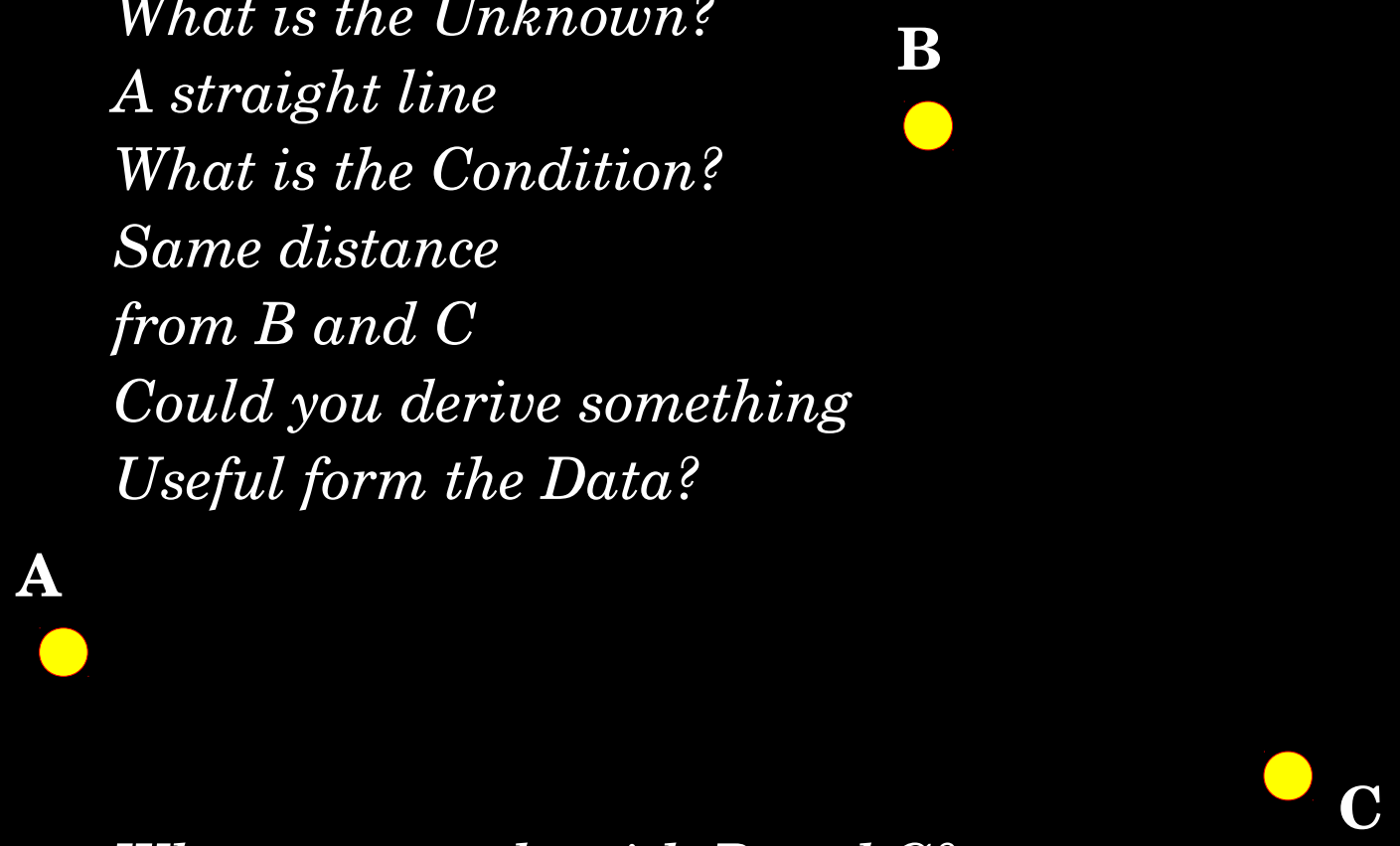
"try drawing a picture"!

Problem Solving

Decomposing and Recombining

"Linea passante per A ed equidistante da B e C"

What are the data? 3 Points A, B, and C
Draw a picture!
What is the Unknown?
A straight line
What is the Condition?
Same distance
from B and C
Could you derive something
Useful form the Data?



What can you do with B and C?

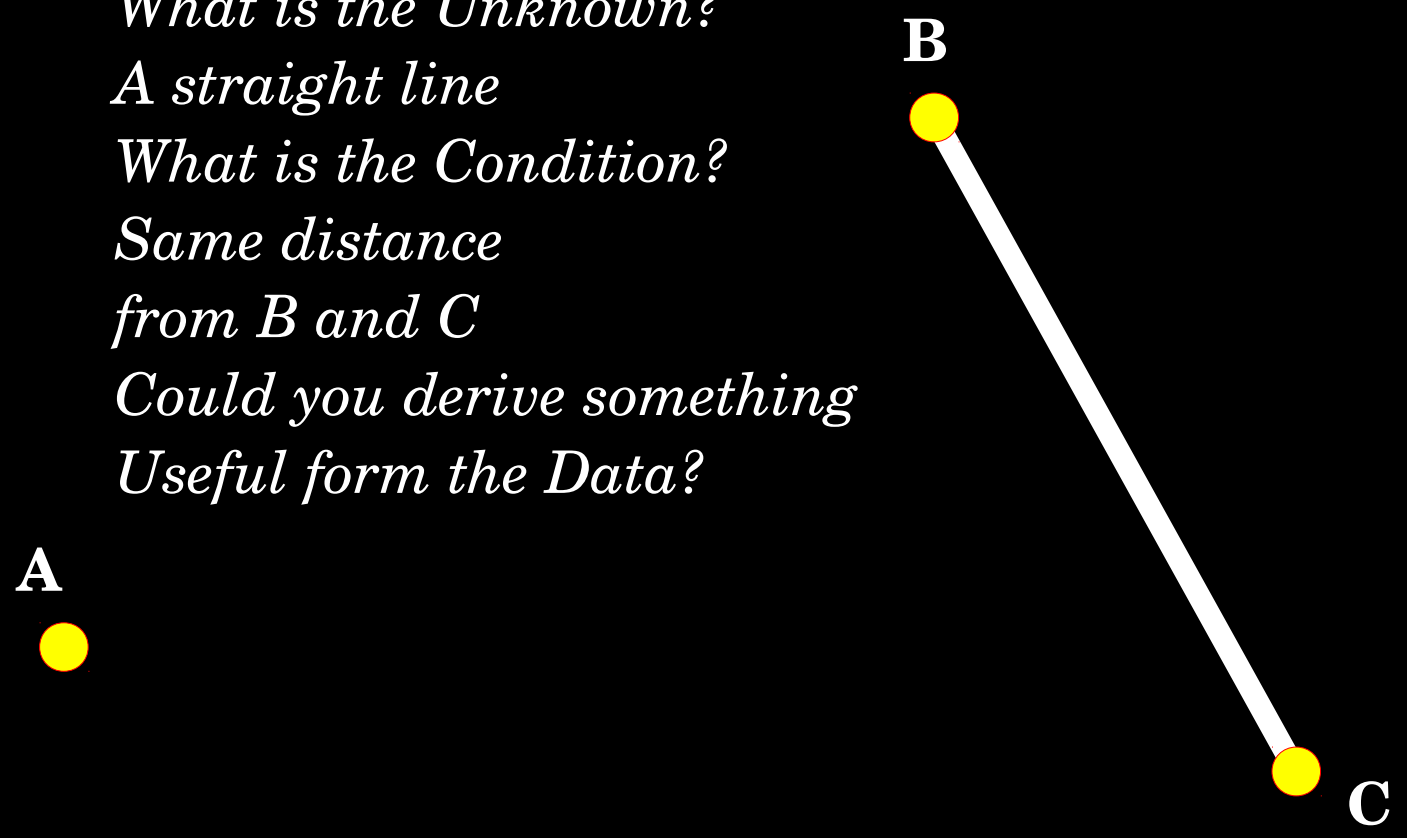
"try drawing a picture"!

Problem Solving

Decomposing and Recombining

"Linea passante per A ed equidistante da B e C"

What are the data? 3 Points A, B, and C
Draw a picture!
What is the Unknown?
A straight line
What is the Condition?
Same distance
from B and C
Could you derive something
Useful form the Data?



What can you do with B and C? Connect them!

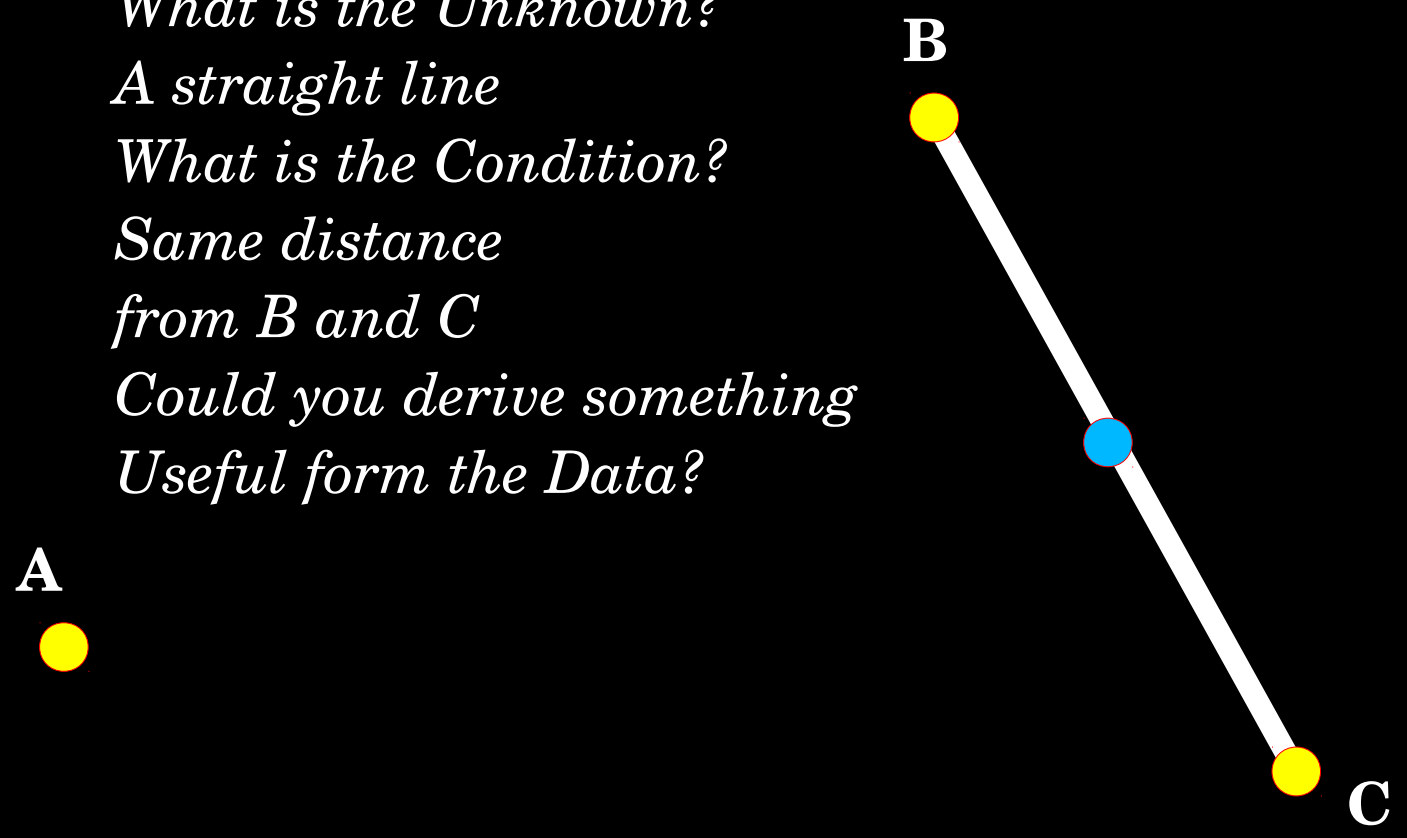
"try drawing a picture"!

Problem Solving

Decomposing and Recombining

"Linea passante per A ed equidistante da B e C"

What are the data? 3 Points A, B, and C
Draw a picture!
What is the Unknown?
A straight line
What is the Condition?
Same distance
from B and C
Could you derive something
Useful form the Data?



What can you do with B and C? Connect them!
Draw the mid point!

"try drawing a picture"!

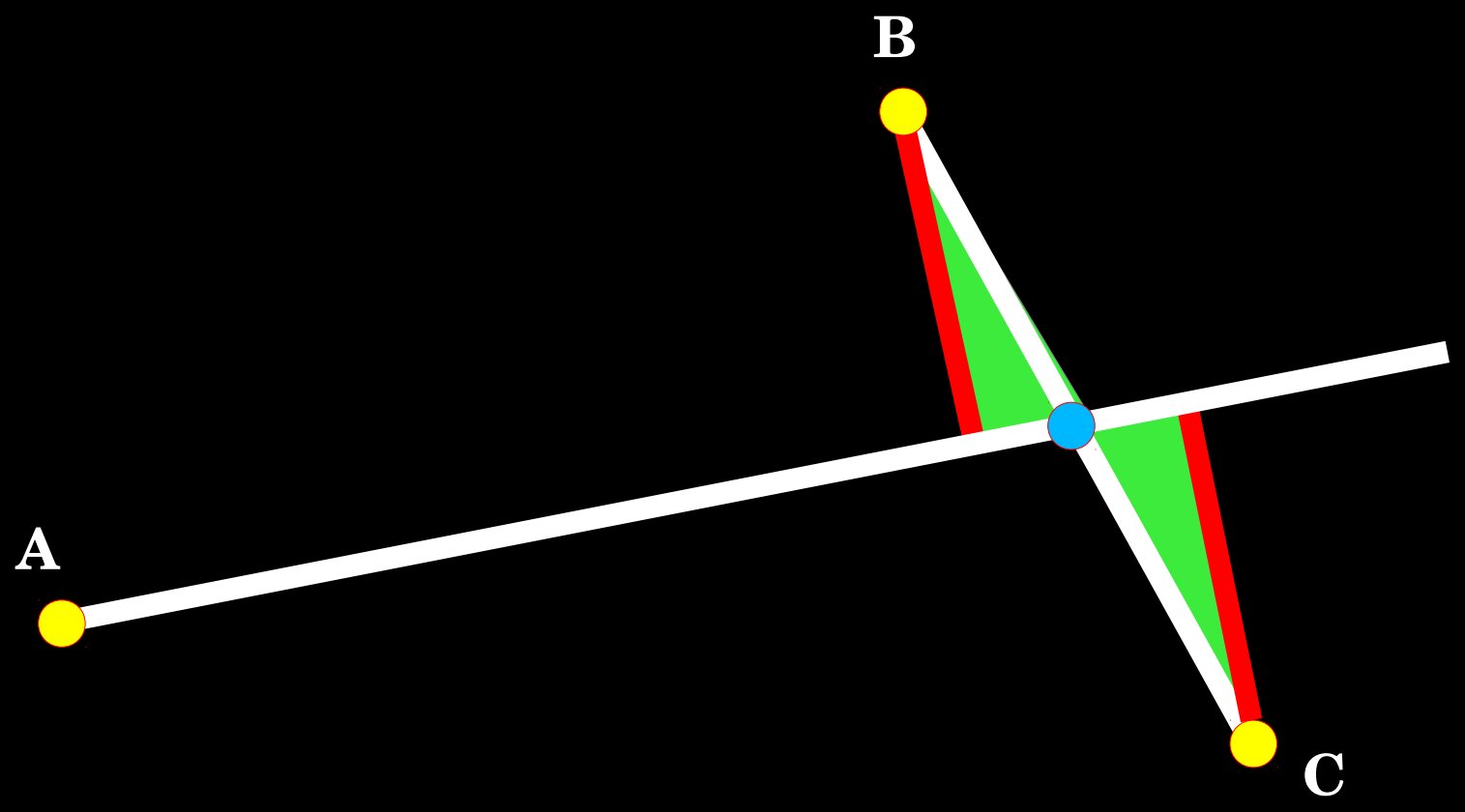
Problem Solving

Decomposing and Recombining

"Linea passante per A ed equidistante da B e C"

What are the data? 3 Points A, B, and C

Draw a picture!



How to Solve It: Heuristics

Problems "to Prove" (theorems)

1. *Identify the Hypothesis and the Conclusion*

2. *Separate the Various Parts of the Hypothesis*

3. *Find the Connection between the Hypothesis and the Conclusion*

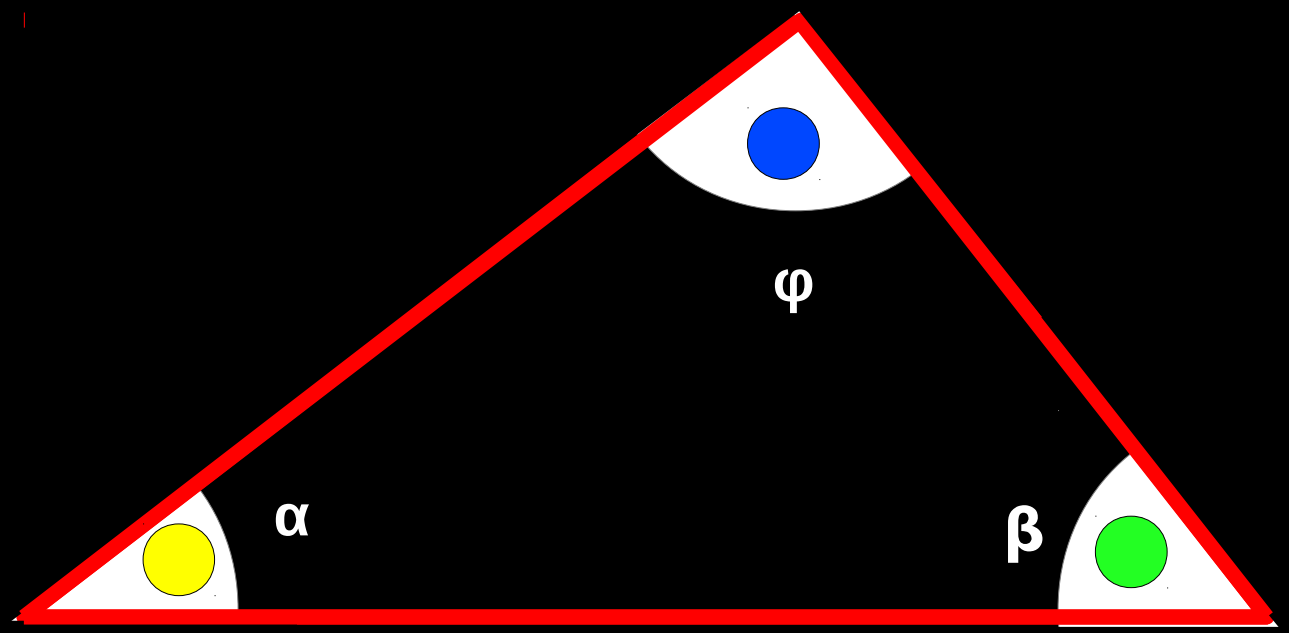
4. *Keep only a Part of the Hypothesis, Drop the Other Part...*

Source: George Polya, "*How to Solve It*", Princeton University Press, 1945

Problem Solving

Dimostrare una proprieta'

"La somma degli angoli interni di un triangolo e' un angolo piatto (180°)"



<u>MnemoTechnic</u>: the Facts must be presented in some Connection...

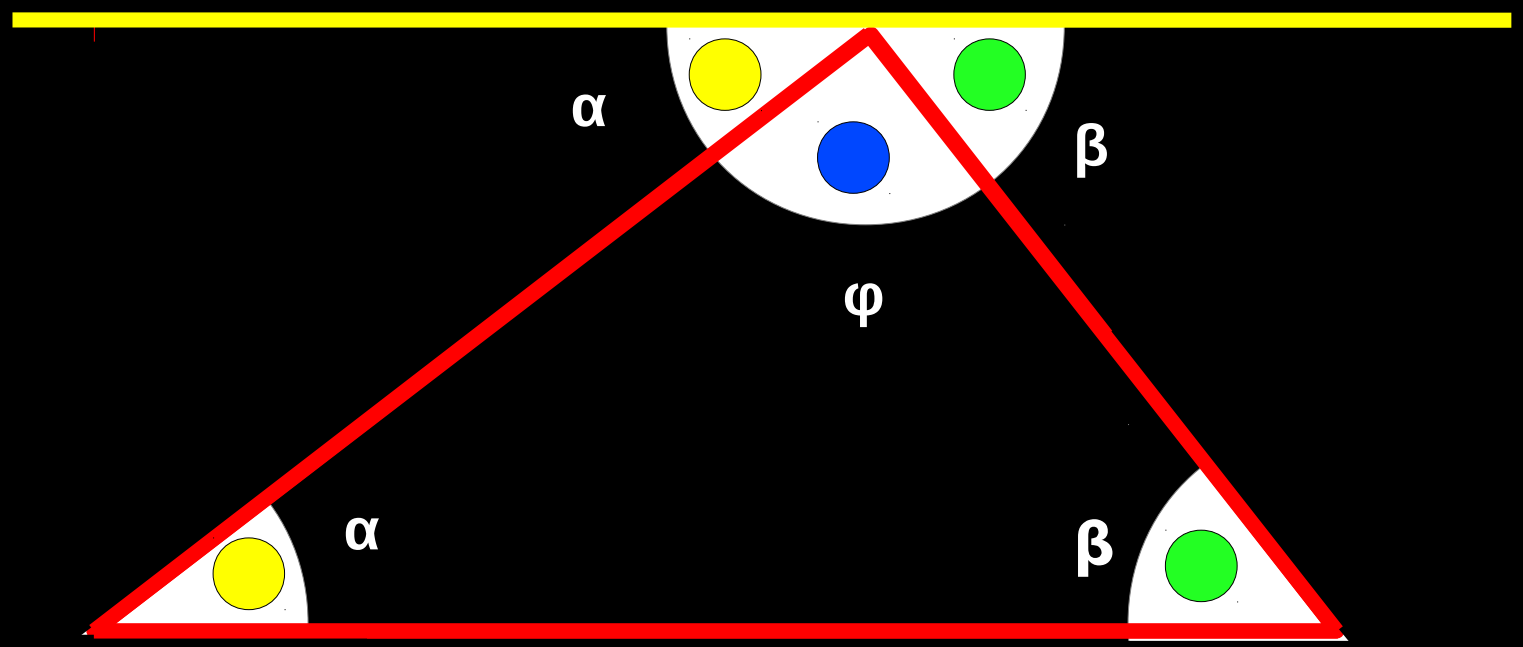
<u>Connected Facts</u> are <u>More Interesting</u> and <u>Better Retained</u> than Isolated Facts

Source: George Polya, "*How to Solve It*", Princeton University Press, 1945

Problem Solving

Dimostrare una proprieta'

"La somma degli angoli interni di un triangolo e' un angolo piatto (180°)"



<u>MnemoTechnic</u>: the Facts must be presented in some Connection...

<u>Connected Facts</u> are <u>More Interesting</u> and <u>Better Retained</u> than Isolated Facts

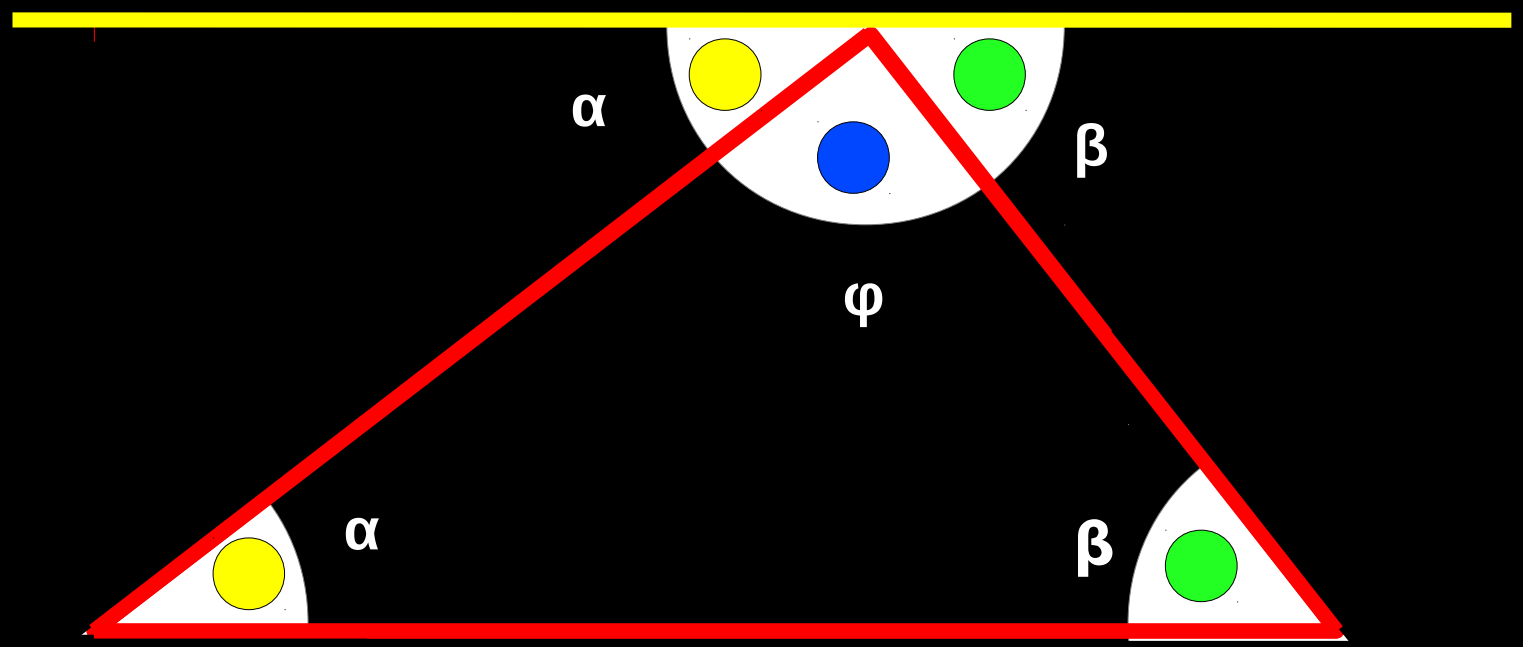
Source: George Polya, "*How to Solve It*", Princeton University Press, 1945

Problem Solving

Dimostrare una proprieta'

"La somma degli angoli interni di un triangolo e' un angolo piatto (180°)"

Scienza → FALSO / VERO



<u>MnemoTechnic</u>: the Facts must be presented in some Connection...

<u>Connected Facts</u> are <u>More Interesting</u> and <u>Better Retained</u> than Isolated Facts

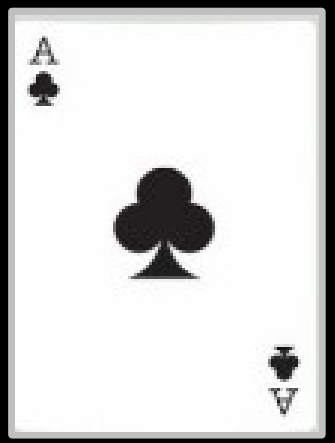
Source: George Polya, "*How to Solve It*", Princeton University Press, 1945

Problem Solving

Dimostrare una proprieta'

"Le quattro carte"

Ecco quattro carte, ognuna delle quali presenta
una figura da un lato e un asso dall'altro.
Le prime due sono girate dal lato della figura,
le seconde due dal lato dell'asso.



La regola e':
SE C'E' UN RE DI FIORI DA UN LATO
ALLORA C'E' UN ASSO DI FIORI DALL'ALTRO.
QUALI CARTE BISOGNA GIRARE PER VERIFICARE SE
LA REGOLA E' VERA O FALSA?

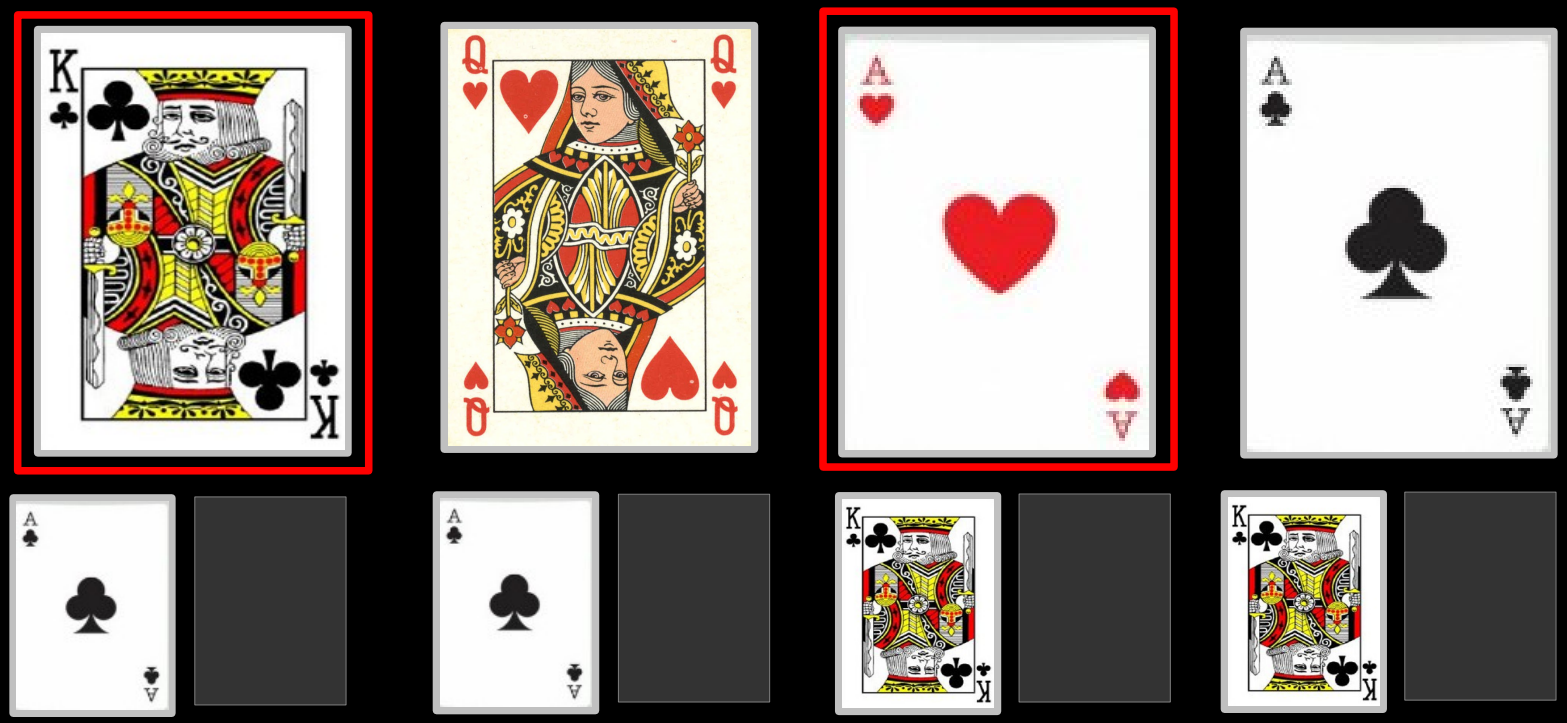
Source: P.Legrenzi, 6 esercizi facili per allenare la mente, Cortina2015

Problem Solving

Dimostrare una proprieta'

"Le quattro carte"

SE C'E' UN RE DI FIORI DA UN LATO
ALLORA C'E' UN ASSO DI FIORI DALL'ALTRO.
QUALI CARTE BISOGNA GIRARE PER VERIFICARE SE LA REGOLA E' VERA O FALSA?



OK **NOK** OK OK **NOK** OK OK OK

Conviene girare le 2 carte dove la regola puo' essere violata

Source: P.Legrenzi, 6 esercizi facili per allenare la mente, Cortina2015

Problem Solving

Dimostrare una proprieta'

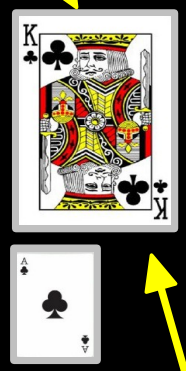
"Le quattro carte"

INSIEME
DELLE CARTE
CHE HANNO
UN RE DI FIORI
DA UN LATO

INSIEME
DELLE CARTE
CHE NON HANNO
UN ASSO DI FIORI
E CHE NON HANNO
UN RE DI FIORI

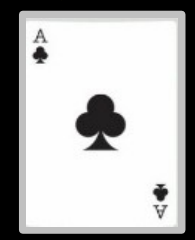
DIETRO AL RE DI FIORI
DEVE ESSERCI L'ASSO DI FIORI

DIETRO ALL'ASSO DI FIORI
PUO' ESSERCI IL RE DI FIORI O ALTRO



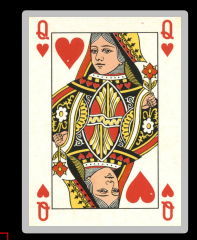
OK

OK



OK

OK



OK

NOK

se P allora Q ($P \rightarrow Q$)
non implica che
se Q allora P ($Q \rightarrow P$)
ma soltanto che
se nonQ allora nonP ($\bar{Q} \rightarrow \bar{P}$)

INSIEME
DELLE CARTE
CHE HANNO
UN ASSO DI FIORI
DA UN LATO

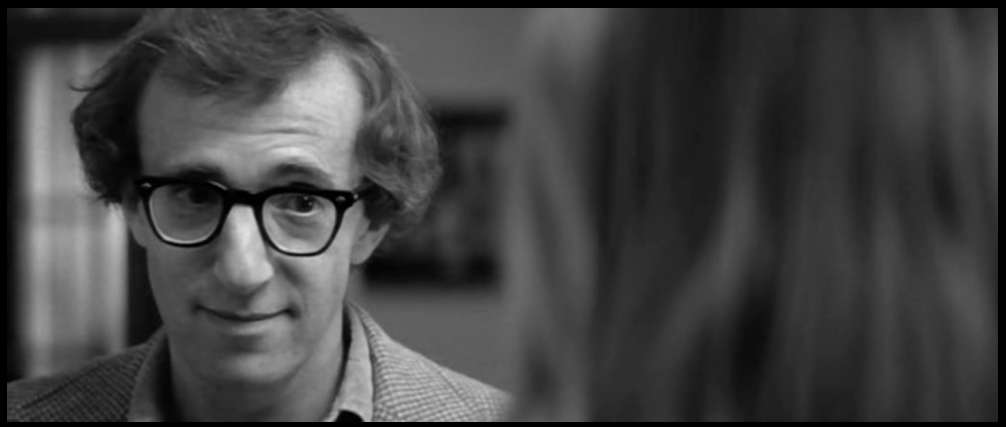
Source: P.Legrenzi, 6 esercizi facili per allenare la mente, Cortina2015

Un po' di logica

"All men are mortal.
Socrates was mortal.
Therefore, all men are Socrates."

"Tutti gli uomini sono mortali.
Socrate era mortale.
Dunque, tutti gli uomini sono Socrate."

Woody Allen



Source: Legrenzi, Massarenti, La buona logica, Cortina, 2015

Un po' di logica

"All men are mortal.
Socrates was mortal.
Therefore, all men are Socrates."

"Tutti gli uomini sono mortali.
Socrate era mortale.
Dunque, tutti gli uomini sono Socrate."

Woody Allen

... Bisogna **capire la logica**
con cui e' stato costruito un problema e
trasferirla a un quesito che,
superficialmente, si presenta come nuovo,
ma e' invece **analogo nella sua struttura profonda**.

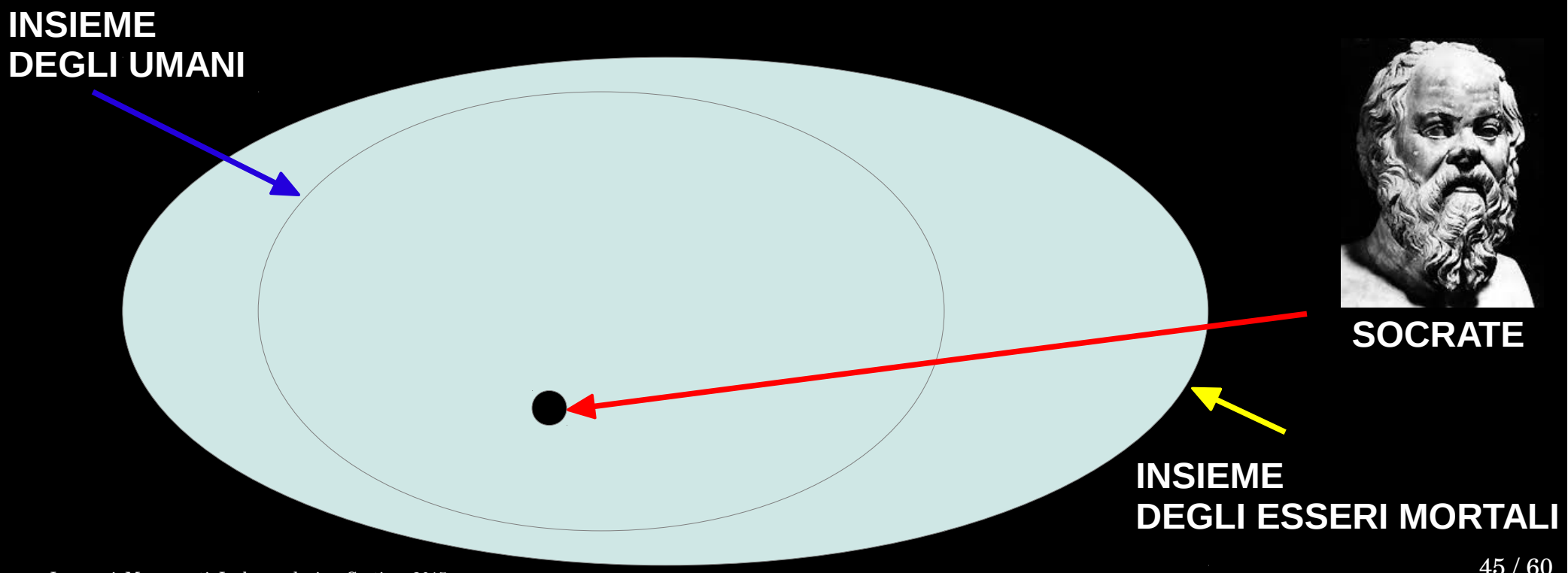
Source: Legrenzi, Massarenti, La buona logica, Cortina, 2015

Un po' di logica

"All men are mortal.
Socrates was mortal.
Therefore, all men are Socrates."

"Tutti gli uomini sono mortali.
Socrate era mortale.
Dunque, tutti gli uomini sono Socrate."

Woody Allen



Source: Legrenzi, Massarenti, La buona logica, Cortina, 2015

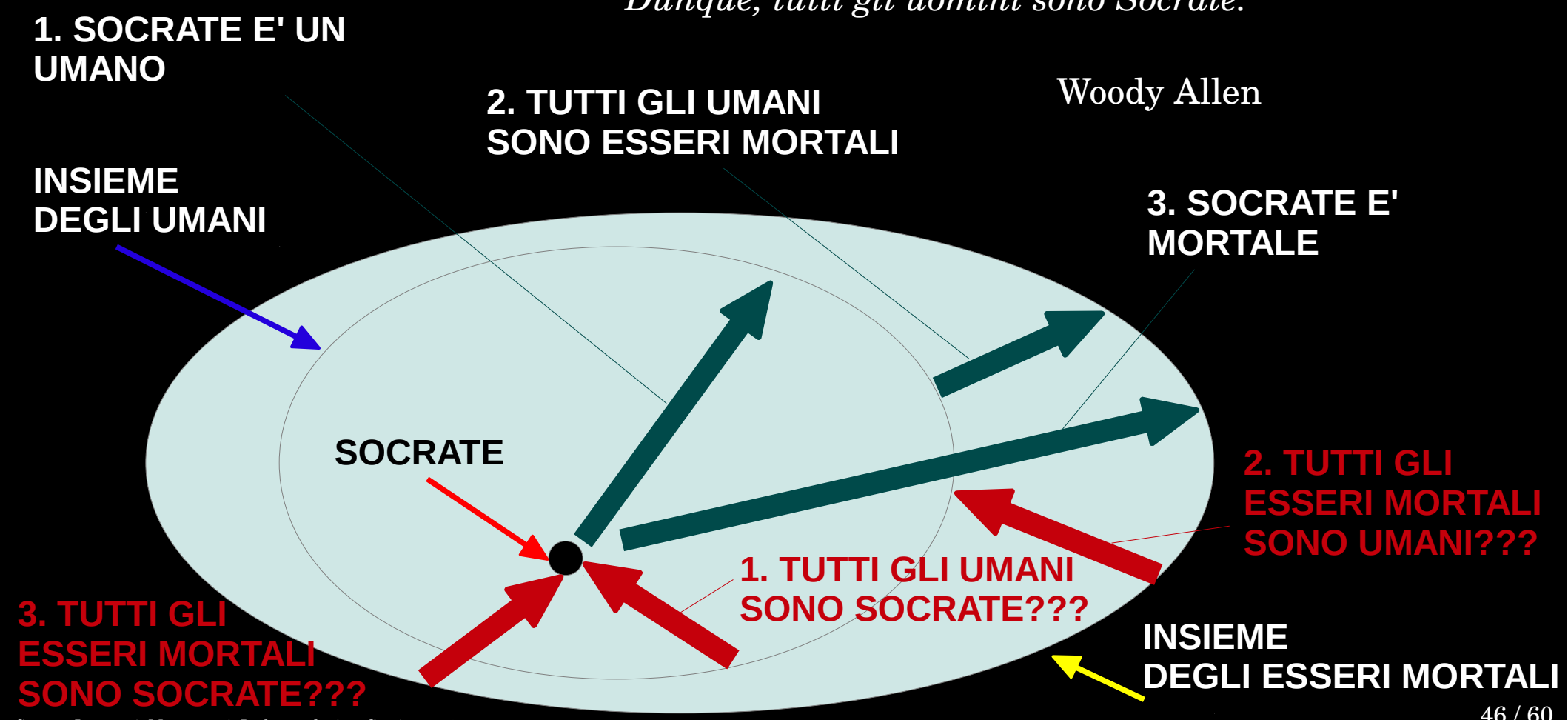
Dove sbaglia Woody Allen?

1. S → U
2. U → M
3. S → M
1. U → S ???
2. M → U ???
3. M → S ???

"All men are mortal.
Socrates was mortal.
Therefore, all men are Socrates."

"Tutti gli uomini sono mortali.
Socrate era mortale.
Dunque, tutti gli uomini sono Socrate."

Woody Allen



Source: Legrenzi, Massarenti, La buona logica, Cortina, 2015

Syllogism - Sillogismo
Nascita della Logica Formale

"sillogismo è un discorso nel quale, poste alcune cose,
qualcosa di diverso da ciò che è stabilito
segue di necessità in forza di ciò che è stabilito."

Aristotele

(Topici, in M. Zanatta, Organon di Aristotele, Torino, 1996, vol. II, pp. 115–117)

Aristotele
(384-322 A.C.)

"... termine filosofico con cui Aristotele designò la ***fondamentale argomentazione logica*** *costituita da tre proposizioni dichiarative connesse in modo tale che dalle prime due, assunte come premesse, si possa dedurre una conclusione"*

Enciclopedia Treccani

1. TUTTI GLI UOMINI SONO MORTALI
2. SOCRATE E' UN UMANO
3. SOCRATE E' MORTALE

"... a formal argument in logic
that is formed by two statements and a conclusion
which must be true if the two statements are true"

Webster Dictionary

1. every virtue is laudable;
2. kindness is a virtue;
3. therefore kindness is laudable

Se piove prendo l'ombrello

Se prendo l'ombrello piove?

"*Fallacia dell'affermazione del conseguente*"

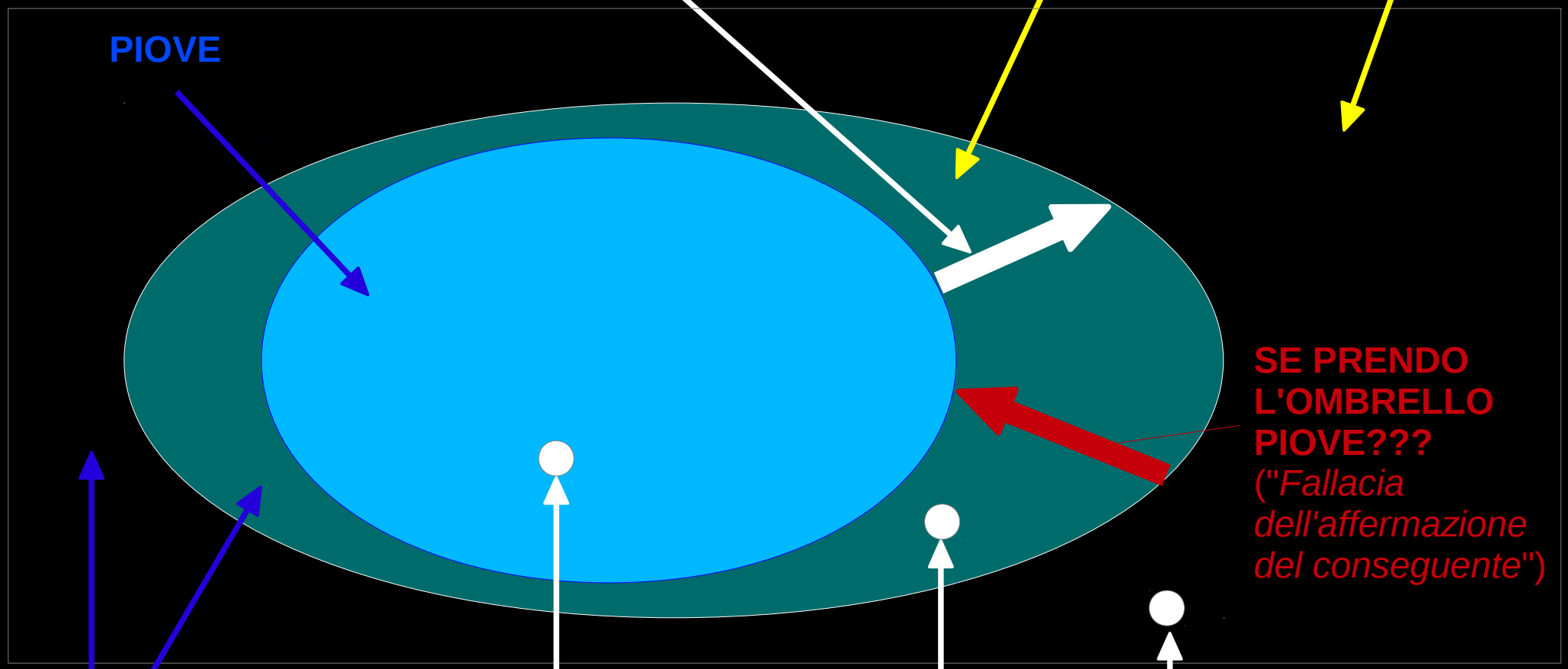
La nostra mente trae facilmente conseguenze da cio' che e' vero.

Impiega molta piu' fatica per rappresentarsi le conseguenze del falso.

Source: Legrenzi, Massarenti, La buona logica, Cortina, 2015

1. $P \rightarrow O$
2. $\bar{O} \rightarrow \bar{P}$
1. $O \rightarrow ???$
2. $\bar{P} \rightarrow ???$

Se piove prendo l'ombrello

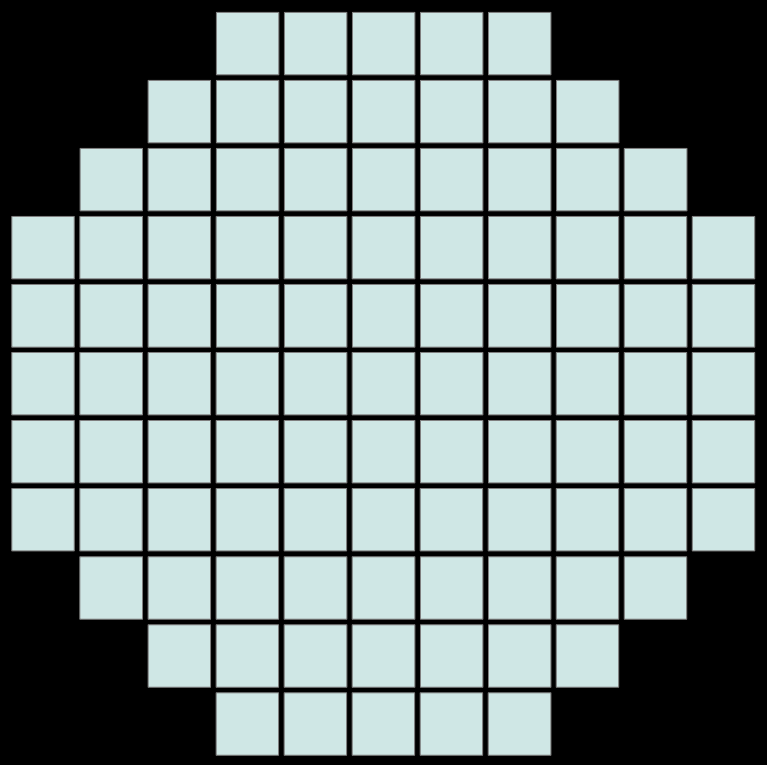


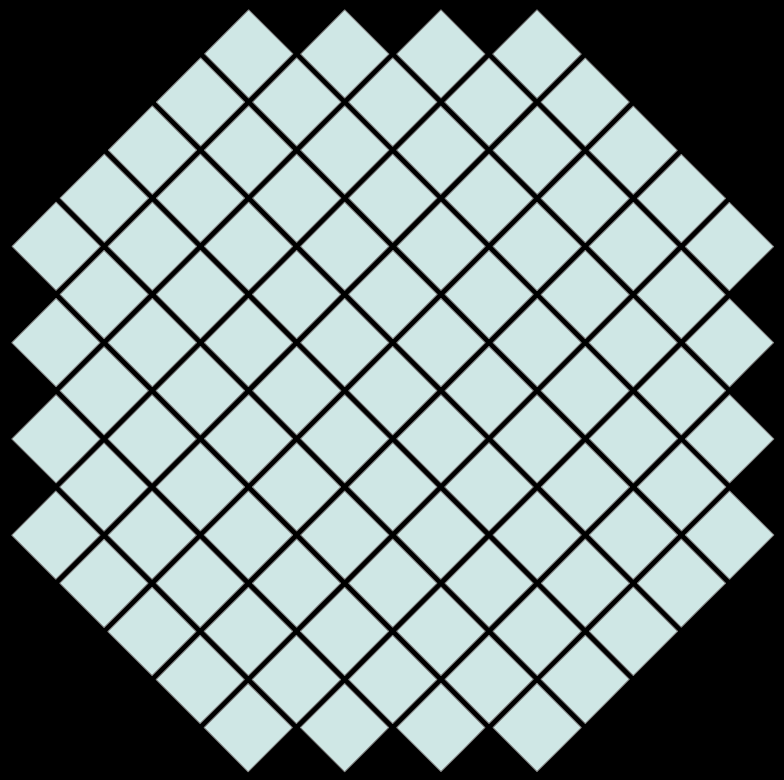
Source: Legrenzi, Massarenti, La buona logica, Cortina, 2015

Pensiero Critico

Capacita' di cambiare prospettiva

Capacita' di scovare invarianti che sono nascoste dal modo stesso di presentare un problema



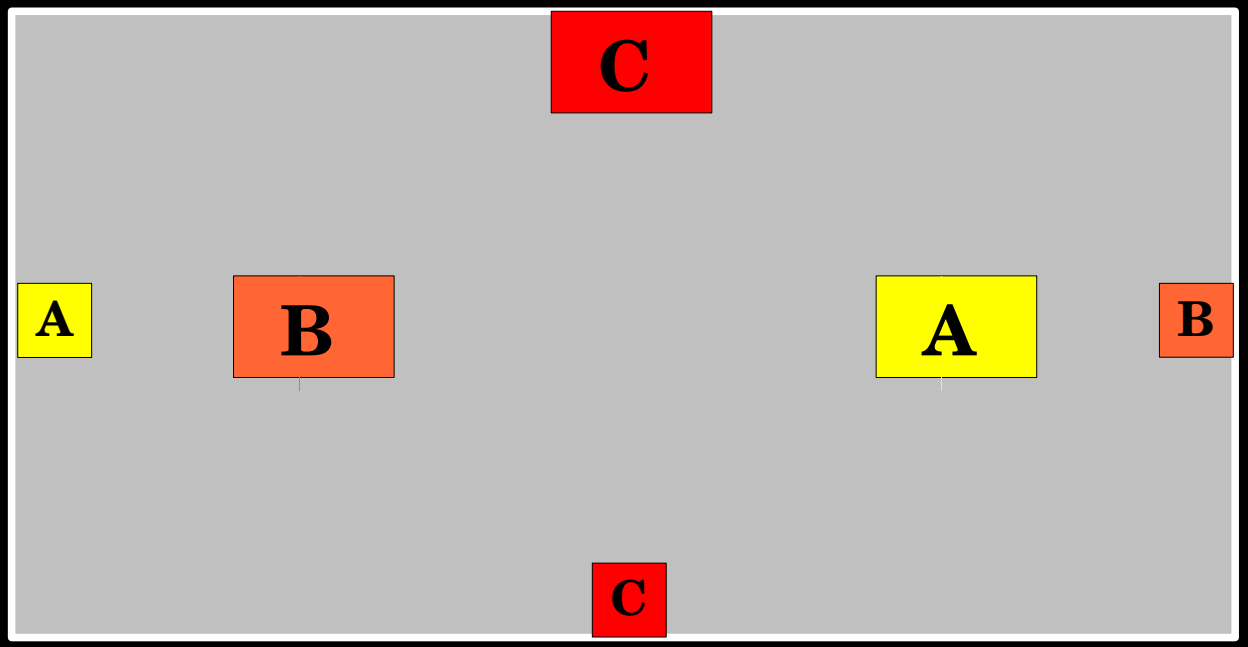


Source: Legrenzi, Massarenti, La buona logica, Cortina, 2015

Pensiero Critico

Capacita' di cambiare prospettiva

Capacita' di scovare invarianti che sono nascoste
dal modo stesso di presentare un problema



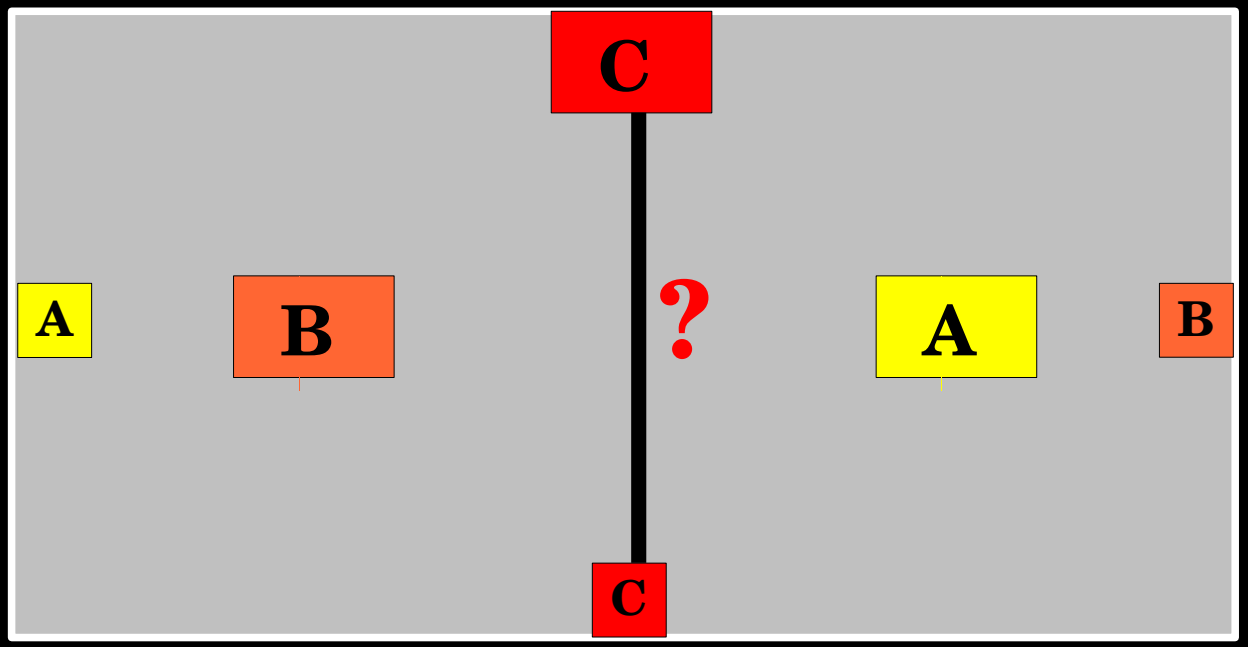
Collegare le apparecchiature A, B, e C alle rispettive prese a muro.
I cavi non si possono intersecare.

Pensiero Critico

Capacita' di cambiare prospettiva

Capacita' di scovare invarianti che sono nascoste
dal modo stesso di presentare un problema

La sequenza e' importante!



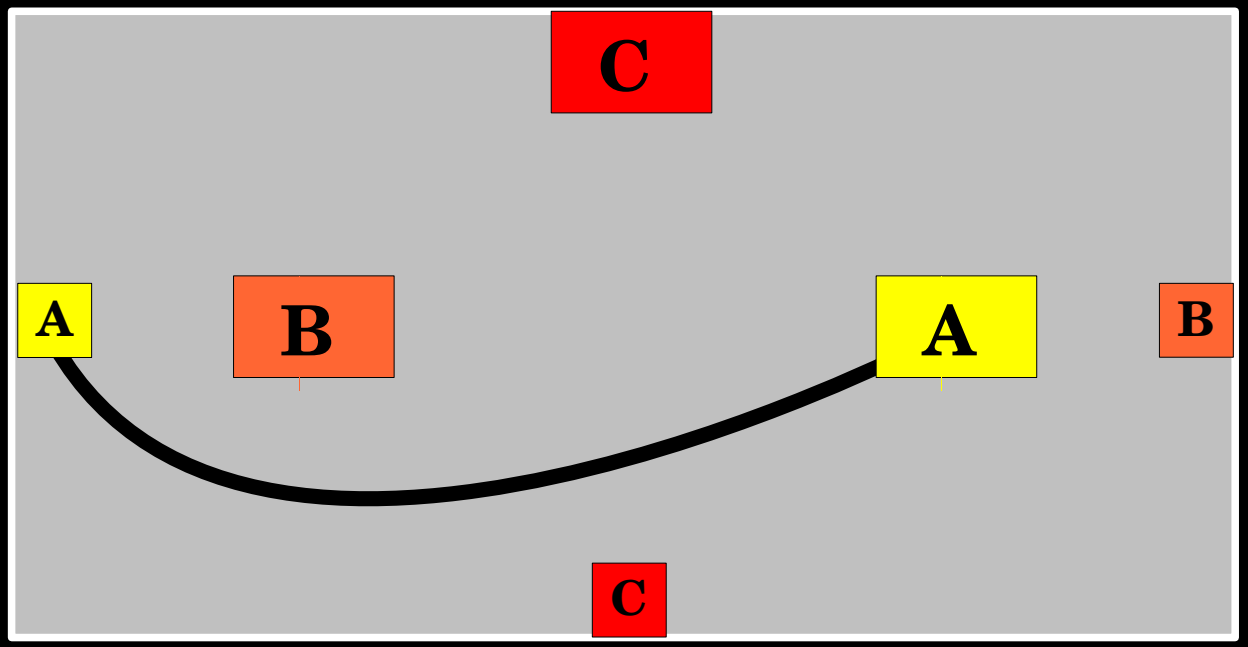
Collegare le apparecchiature A, B, e C alle rispettive prese a muro.
I cavi non si possono intersecare.

Pensiero Critico

Capacita' di cambiare prospettiva

Capacita' di scovare invarianti che sono nascoste
dal modo stesso di presentare un problema

La sequenza e' importante! 1



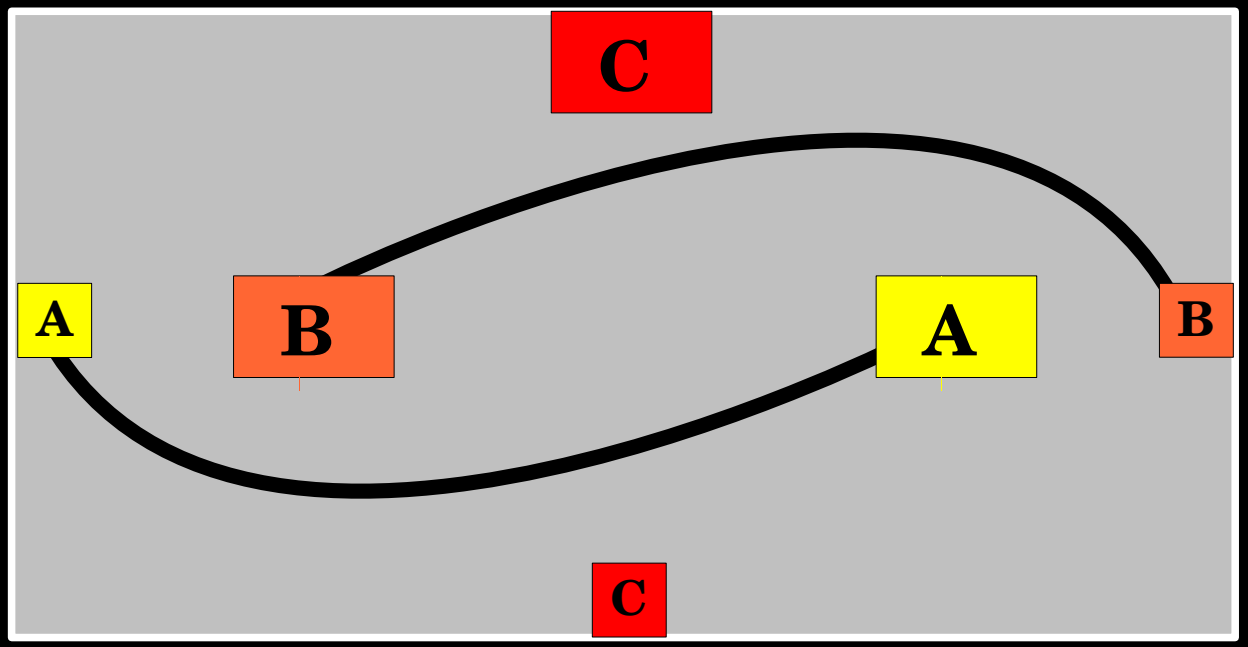
Collegare le apparecchiature A, B, e C alle rispettive prese a muro.
I cavi non si possono intersecare.

Pensiero Critico

Capacita' di cambiare prospettiva

Capacita' di scovare invarianti che sono nascoste
dal modo stesso di presentare un problema

La sequenza e' importante! 2



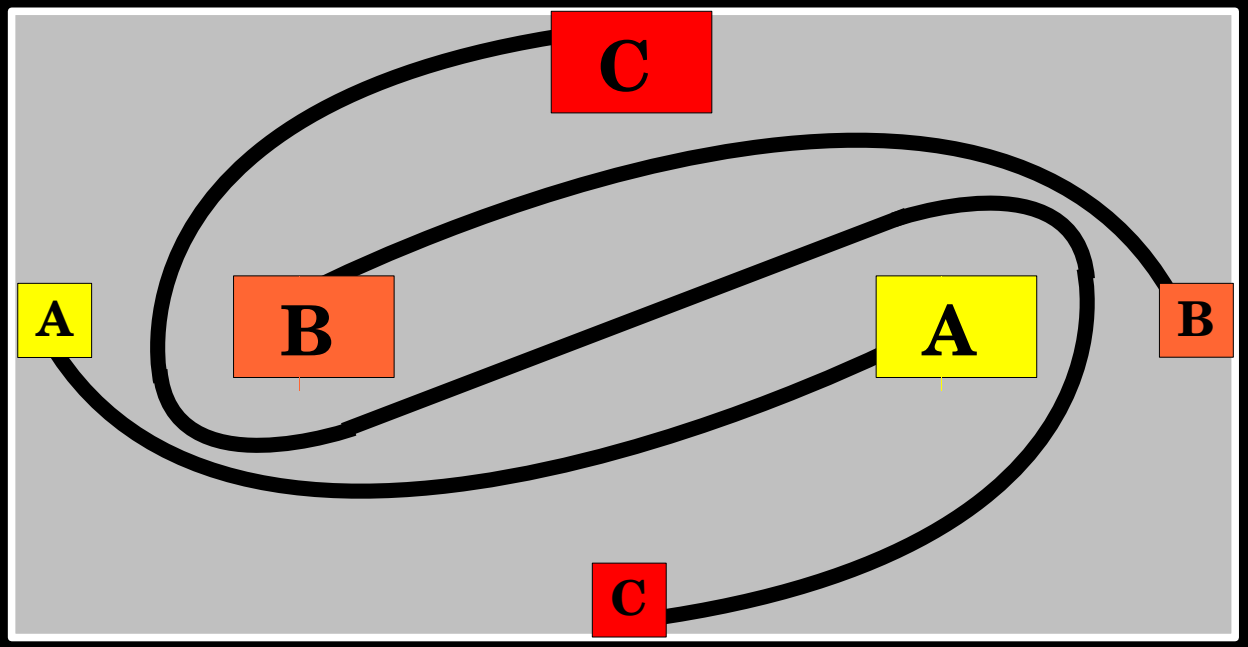
Collegare le apparecchiature A, B, e C alle rispettive prese a muro.
I cavi non si possono intersecare.

Pensiero Critico

Capacita' di cambiare prospettiva

Capacita' di scovare invarianti che sono nascoste
dal modo stesso di presentare un problema

La sequenza e' importante! 3

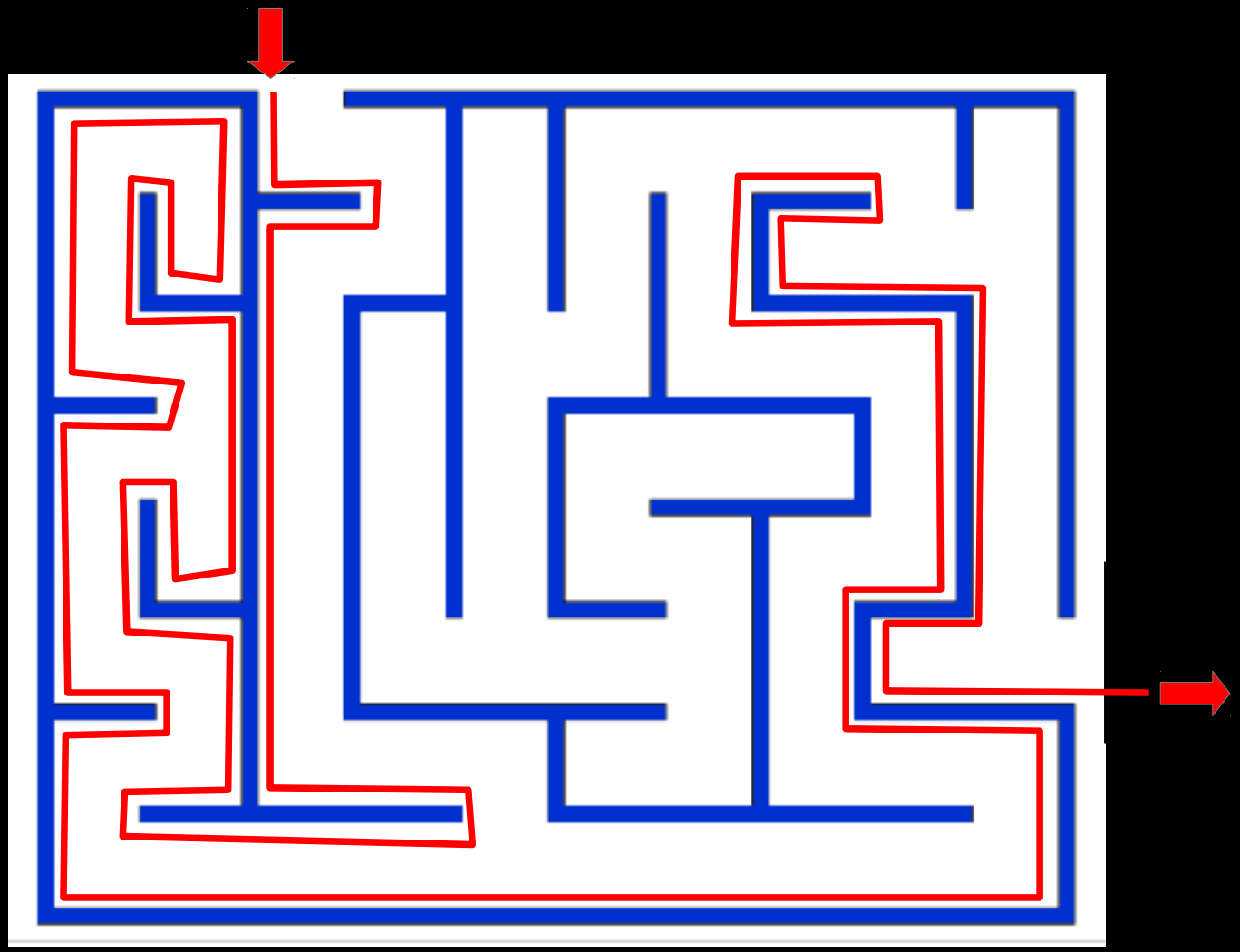


Collegare le apparecchiature A, B, e C alle rispettive prese a muro.
I cavi non si possono intersecare.

Problem Solving

Deep-First?

"Esci ad occhi chiusi dal labirinto"



Heuristic Character of Signs of Progress

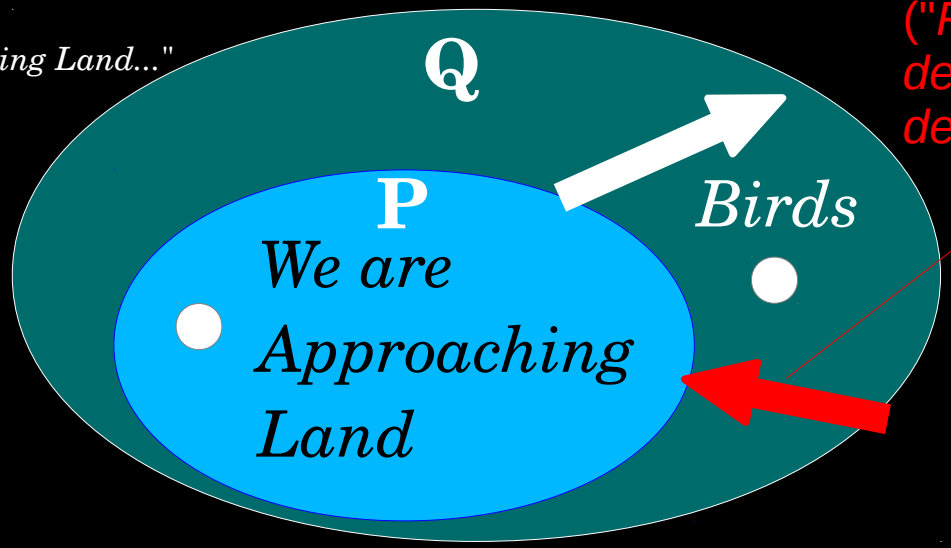
When we are working intensely
<u>we watch eagerly for signs of progress</u> ...
as Columbus and his companions watched for
SIGNS of APPROACHING LAND
on Thursday 11th October 1492...

"If we are approaching land, we often see birds
Now we see birds.
Therefore, PROBABLY, we are approaching land..."

Heuristic Character of Signs of Progress

"If we are Approaching Land, we Often see Birds
Now we see Birds.
Therefore, PROBABLY, we are Approaching Land..."

IF WE SEE BIRDS ARE WE APPROACHING LAND???
("Fallacia dell'affermazione del conseguente")



Demonstrative Reasoning

$(P \rightarrow Q)$ (if P is true then Q is true)
$(\overline{Q} \rightarrow \overline{P})$ (if Q is false then P is false)

Demonstrative Syllogism

Heuristic Reasoning
Inductive Reasoning
Plausible Reasoning

$(P \rightarrow Q)$ (if P is true then Q is true)
$(Q \rightarrow P?)$ (if Q is true then P is *MORE CREDIBLE*)

Heuristic Syllogism

If you take a Heuristic Conclusion as Certain you may be Fooled and Disappointed;
BUT if you Neglet Heuristic Conclusions altogether you will make NO PROGRESS at all.
THE MOST IMPORTANT SIGNS OF PROGRESS ARE HEURISTIC

Heuristic Character of Signs of Progress

"L'istinto e' una cosa meravigliosa.
Non puo' essere spiegato,
né dev'essere ignorato."

Agatha Christie

"Un indizio e' un indizio,
due indizi sono una coincidenza,
ma tre indizi fanno una prova."

Agatha Christie

Funzione Euristica

In ogni momento ci dice se stiamo andando nella "giusta" direzione

(es. bussola)